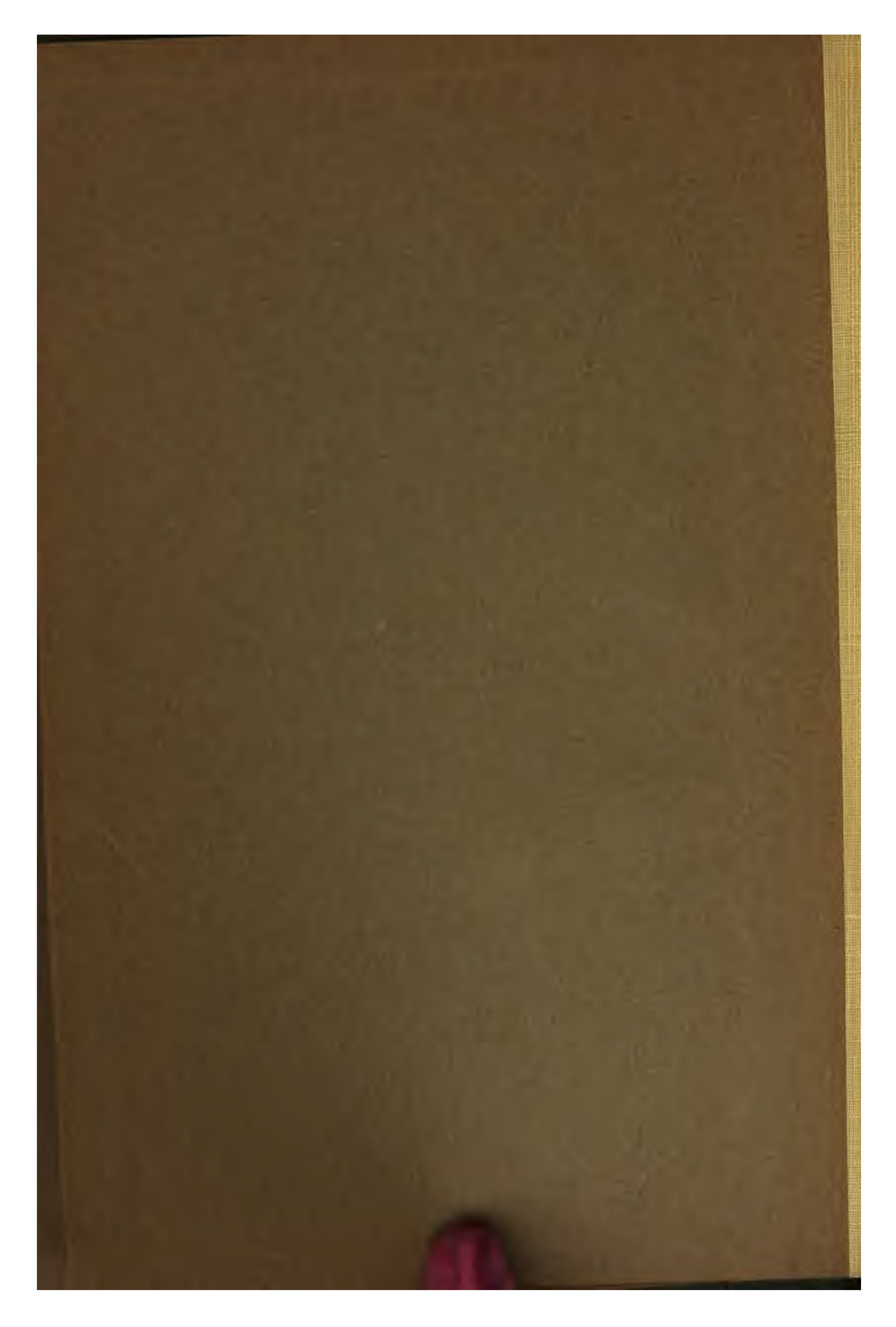








MATURITÄTS-PRÜFUNGSFRAGEN AUS DER PHYSIK,

ZUSAMMENGESTELLT

VON

JOSEF GAJDECZKA,
K. K. PROFESSOR AM ZWEITEN DEUTSCHEN GYMNASIUM IN BRÜNN.

DRITTE, GÄNZLICH UMGEARBEITETE AUFLAGE.

MIT 58 ABBILDUNGEN IM TEXT.

WIEN.
FRANZ DEUTICKE
1904.



MATURITÄTS-
PRÜFUNGSFRAGEN
AUS DER PHYSIK,

ZUSAMMENGESTELLT

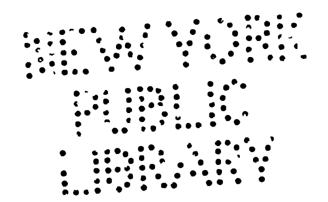
VON

JOSEF GAJDECZKA,

K. K. PROFESSOR AM ZWEITEN DEUTSCHEN GYMNASIUM IN BRÜNN.

DRITTE, GÄNZLICH UMGEARBEITETE AUFLAGE.

MIT 58 ABBILDUNGEN IM TEXT.

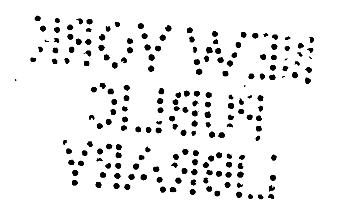


WIEN.

FRANZ DEUTICKE.

1904.

Druck von Rudolf M. Rohrer in Brünn.



Verlags-Nr. 982.

Vorwort.

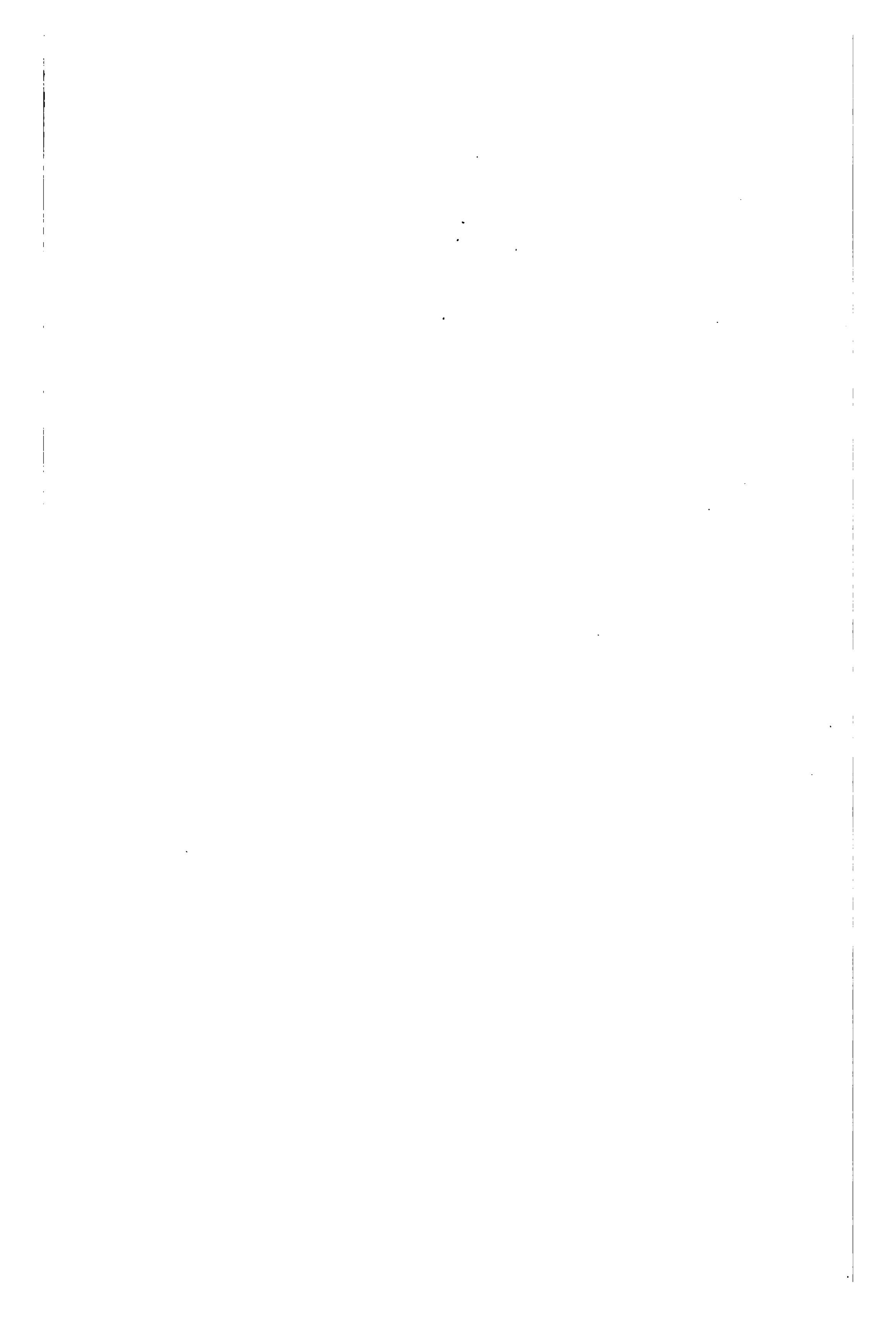
Soll der Zweck der Maturitätsprüfung, sich von dem Bildungsstande des Geprüften zu überzeugen, ohne Zeitverlust erreicht werden, so muß sowohl der Examinator als auch der Examinand sich dazu vorbereiten; die Vorbereitung des Prüfenden besteht in einer Zusammenstellung zweckmäßiger Fragen aus den verschiedenen Gebieten seines Faches und die Vorbereitung des Geprüften darin, daß er sich über das ihm im laufenden Unterrichte Dargebotene eine klare Übersicht verschaffe und aus den einzelnen Abschnitten die Fundamentalgesetze und Fundamentalerscheinungen hervorhebe ohne Rücksicht auf die Nebendinge, auf deren Kenntnis kein Urteil über das Wissen und Können sich gründen läßt.

Den Prüfungskandidaten eine rasche und sichere Repetition der im Unterrichte unter Anleitung des Lehrers gewonnenen und bei der Prüfung verlangten Kenntnisse zu ermöglichen, ist Zweck des vorliegenden Buches. Möge dasselbe sich einer freundlichen Aufnahme erfreuen!

Die vorliegende dritte Auflage ist in allen Punkten neu bearbeitet, dabei den Fortschritten der Wissenschaft entsprechend erweitert und durch eine größere Anzahl von neuen Fragen bereichert worden.

Brünn, im Dezember 1903.

Der Verfasser.



I. Mechanik.

1. Welche Aufgabe hat die Naturlehre zu lösen?

Die Naturlehre befaßt sich mit den Veränderungen, welche die Naturkörper erfahren, sowie mit den Gesetzen und Ursachen dieser Veränderungen.

Jeder Körper unterliegt teils rasch, teils langsam verlaufenden nachweisbaren Veränderungen; z. B. die Pflanze wächst, blüht und stirbt ab; der süße Saft der Weintraube wird zu Wein, dieser zu Essig; das Eisen rostet. Jede derartige Veränderung wird eine Naturerscheinung genannt.

Eine Naturerscheinung kann mehr oder weniger tief in das Wesen eines Körpers eingreifen, an dem sie wahrgenommen wird.

Wenn wir Wasser erhitzen, so verwandelt es sich in Dampf; wenn wir das Wasser hinreichend abkühlen, so entsteht Eis. Bei diesen Veränderungen ist der Stoff, aus dem das Wasser besteht, unverändert geblieben.

Entzündet man Kohle, so verwandelt sich dieselbe unter Entwicklung von Licht und Wärme in Rauch und Asche; der Stoff der Kohle wird hiebei in ganz andere Stoffe verwandelt.

Die Lehre von denjenigen Naturerscheinungen, bei welchen der Stoff der unorganischen Körper unverändert bleibt, wird Physik genannt, während man unter Chemie denjenigen Teil der Naturlehre begreift, der sich mit den auf der Stoffänderung der Körper beruhenden Erscheinungen befaßt. Die Physik kann als Lehre von den Zustandsänderungen, die Chemie als die Lehre von den Stoffänderungen der unorganischen Körper angesehen werden.

Die Physik ist eine Erfahrungswissenschaft; sie beginnt mit genauer Beobachtung der Erscheinungen und sucht letztere durch Versuche (Experimente) künstlich hervorzurufen. Die Versuche werden so lange abgeändert, bis das Wesentliche und Bleibende des Vorganges unter gegebenen Verhältnissen sich durch Regeln vorausbestimmen läßt.

Kann man die Abhängigkeit einer Erscheinung von sämtlichen maßgebenden Umständen in Worten ausdrücken, so heißt der hieraus sich ergebende Satz ein Naturgesetz.

Es ist ein Naturgesetz, daß der Druck der in einem Gefäße eingeschlossenen Luft mit deren Dichte und Temperatur wächst.

Eine Naturerscheinung erklären, heißt, sie auf bekannte Naturgesetze zurückführen; so erklären wir die größere Wärme am Äquator und die größere Kälte der Polargegenden durch das allgemeine Gesetz, daß die Sonnenstrahlen umso weniger erwärmen, je schiefer sie auffallen.

Die letzte, sinnlich nicht mehr wahrnehmbare Ursache einer Erscheinung nennen wir Kraft.

Wir schreiben das Fallen nicht unterstützter Körper der anziehenden Kraft der Erde zu.

2. Welche Eigenschaften hat jede Materie?

Allgemeine Eigenschaften einer jeden Materie sind:

1. Die Ausdehnung, d. i. die Eigenschaft, daß jeder Körper einen Raum einnimmt. Dieser Raum läßt sich bei geometrischen Körpern desto genauer durch Rechnung bestimmen, je genauer die Angabe der Hauptdimensionen ist. Zu genauen Längenmessungen dient der Nonius; es ist dies ein Nebenmaßstab, der mit dem Hauptmaßstabe dadurch im Zusammenhange steht, daß $(n+1)$ Teile λ des Hauptmaßstabes bloß in n gleiche Teile von der Länge λ' eingeteilt sind. Aus $(n+1)\,\lambda = n\lambda'$ folgt: $\lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{n}$; d. h. die Teilstriche auf dem Nonius sind um $\frac{\lambda}{n}$ weiter auseinander als am Hauptmaßstabe. Wird der Nebenmaßstab so verschoben, daß z. B. der Teilstrich $\frac{7\lambda}{n}$ mit einem Teilstriche am Hauptmaßstabe zusammenfällt, so hat man den Nonius um $\frac{7\lambda}{n}$ verschoben. Auf diese Weise sind noch Bruchteile $\left(\frac{1}{n}\right)$ der Einteilung am Hauptmaßstabe ablesbar (nachtragender Nonius).

Man kann auch $(n-1)$ Teile des Hauptmaßstabes in n gleiche Teile am Nonius einteilen (vortragender Nonius).

2. Die Undurchdringlichkeit, d. i. die Eigenschaft, vermöge welcher dort, wo eine Materie sich befindet, nicht gleichzeitig eine andere sein kann. Diese Undurchdringlichkeit ist es, durch welche wir von dem Vorhandensein der Körper außer uns belehrt werden, da dieselben auch dem Eindringen unseres eigenen Körpers einen Widerstand entgegensetzen.

Ein luftdicht schließender Kolben läßt sich nie bis auf den Boden des Zylinders drücken.

3. Die Teilbarkeit. Alle Körper sind teilbar, d. h. sie lassen sich durch mechanische Mittel in kleinere Teile zerlegen; für unsere beschränkten Sinne und unsere ebenso beschränkten Werkzeuge hat diese Teilbarkeit ihre Grenze. Die kleinsten Urteilchen, welche mit dem ursprünglichen Körper stofflich vollkommen übereinstimmen, nennt man Moleküle des Körpers. Die Chemiker zeigen, daß die Moleküle noch weiter in stofflich verschiedene Teilchen zerlegbar sind; die letzten mechanisch und chemisch unteilbaren Partikelchen der Materie werden Atome genannt.

Einen besonders hohen Grad der Teilbarkeit zeigen die Farb- und Riechstoffe und die Metalle: Gold und Platin. Die Kieselpanzer der Diatomazeen, z. B. von pleurosigma angulatum, zeigen parallele Streifungen von solcher Feinheit, daß je 2 benachbarte Streifen bis zu $\frac{1}{500}\,mm$ voneinander entfernt sind.

4. Die Porosität, d. i. diejenige Eigenschaft, vermöge deren die Teile eines Körpers den von seiner Oberfläche begrenzten Raum nicht vollständig ausfüllen, sondern Räume zwischen sich lassen, die oft mit anderen Substanzen (Luft, Wasser) ausgefüllt sind. Die von der Materie des Körpers nicht ausgefüllten Zwischenräume nennt man Poren.

Was zeigt die Quecksilberpresse? Daß das Wasser porös ist, zeigt eine Mischung von Wasser und ebensoviel Weingeist. Am wenigsten porös scheint das Glas zu sein, da es beim stärksten Drucke weder Wasser noch Luft durchläßt.

5. Die Schwere: Alle Körper haben infolge der Erdanziehung das Bestreben, zur Erde zu fallen; im luftleeren Raume fallen sie alle gleich schnell; man sagt: alle Körper sind gleich schwer. Unter dem spezifischen Gewichte (s) eines Stoffes versteht man den Druck, welchen die Volumseinheit (gewöhnlich 1 dm^3) dieser Substanz auf eine horizontale, ruhende Unterlage ausübt.

Das absolute Gewicht (q) ist dann die Größe des Druckes auf die horizontale, ruhende Unterlage ohne Rücksicht auf das Volumen (v); es ist $q = vs$.

6. Die Eigenschaft der Körper, den Zustand der Ruhe oder Bewegung unverändert beizubehalten, bezeichnet man als Beharrungsvermögen oder Trägheit. (Galilei 1602).

Eine einmal eingeleitete und dann sich selbst überlassene Bewegung dauert desto länger, je geringer die entgegenwirkenden Kräfte sind; eine Kugel rollt auf glatter Eisfläche viel weiter als auf rauhem Boden. Alle an unserer Erdoberfläche vor sich gehenden Bewegungen werden durch die Reibung und durch den Luftwiderstand allmählich verzögert und endlich ganz aufgehoben.

3. Es sind die wichtigsten Molekularkräfte zu besprechen.

Molekularkräfte nennt man solche Kräfte, welche zwischen den kleinsten Teilchen der Körper tätig sind und deren Wirkung sich nur auf unmeßbar kleine Entfernungen erstreckt. Zu ihnen gehört:

1. Die Kohäsion, d. i. die Kraft, welche die Moleküle eines und desselben Körpers zu einem Ganzen zusammenhält und welche, wenn man die Teilchen durch eine äußere Kraft voneinander zu trennen sucht, sich der Trennung derselben widersetzt. In Bezug auf den Widerstand unterscheidet man drei Arten des Zusammenhanges der Körperteilchen oder drei Aggregatzustände: den festen, den tropfbar flüssigen und den gasförmigen.

a) Ein Körper ist fest oder starr, wenn die Schwerkraft der Moleküle nicht im stande ist, deren Kohäsion zu überwinden. Die festen Körper haben eine selbständige Gestalt und auch ein selbstständiges Volumen; durch Druck und Zug kann das Volumen ein wenig geändert werden

b) Ein Körper heißt tropfbar flüssig, wenn die Kohäsion der Moleküle durch deren Schwere überwunden wird. Die Flüssigkeiten haben (in größerer Menge) keine selbständige Gestalt, wohl aber ein selbständiges Volumen. Die Moleküle einer Flüssigkeit sind so eng nebeneinander angeordnet, daß selbst durch einen bedeutenden Druck nur eine sehr kleine Volumverminderung erzielt werden kann.

c) Ein Körper heißt luftförmig oder ausdehnsam-flüssig, wenn statt der Kohäsion eine Kraft vorhanden ist, welche die Moleküle von einander treibt (Expansivkraft). Die luftförmigen Körper besitzen keine selbständige Gestalt und kein selbständiges Volumen. Das Volumen eines Gases kann durch Druck auf einen beliebigen Bruchteil des ursprünglichen Volumens gebracht werden.

2. Die Adhäsion, d. i. die Kraft, mit welcher die einander sehr nahe gebrachten Teilchen verschiedener Körper aneinander haften. Sie ist um so größer, je größer die sich berührenden Flächen sind, je glatter dieselben sind und je weniger die Berührung durch fremde Stoffe gehemmt wird.

Die Spiegelfolie der gewöhnlichen Quecksilberspiegel haftet nur durch Adhäsion. Ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Stab wird dann naß, wenn die Adhäsion zwischen dem festen und flüssigen Körper größer ist als die Kohäsion der Flüssigkeitsteilchen.

Ist die Adhäsion zwischen einer Flüssigkeit und einem festen Körper so groß, daß die Kohäsion der festen Körperteilchen überwunden wird, so entsteht die Auflösung des festen Körpers in der

Flüssigkeit, welche Lösungsmittel heißt. Die gewöhnlichsten Lösungsmittel sind: Wasser, Spiritus, Äther, Schwefelkohlenstoff und die verschiedenen Säuren.

3. Die chemische Affinität, d. i. die Anziehung, welche die einander sehr nahe gebrachten Atome aufeinander ausüben; vermöge derselben verbinden sich zwei oder mehrere Körper zu einem neuen Körper mit ganz neuen Eigenschaften.

Aus H_2 und O entsteht H_2O; H_2 und O sind luftförmige Elemente, H_2O (= Wasser) kann in allen drei Aggregatzuständen vorkommen.

Durch kräftiges Schütteln einer Mischung von einer gesättigten Kupfervitriollösung mit einer Lösung von gelbem Blutlaugensalz erhält man einen dicken Brei von Zyaneisenkupfer.

4. Wie werden die Bewegungen eingeteilt?

Das Übergehen eines Körpers oder eines seiner Punkte aus einer räumlichen Lage in eine andere wird Bewegung genannt. Die Orte, welche ein in Bewegung befindlicher Punkt nacheinander einnimmt, bilden in ihrer ununterbrochenen Aufeinanderfolge den Weg oder die Bahn des Punktes.

a) Nach der Richtung der Bewegung unterscheidet man geradlinige und krummlinige Bewegungen; bei einer krummlinigen Bahn ist die Bewegungsrichtung in jedem Moment eine andere; sie wird durch die Tangente an die krumme Linie angegeben.

b) Nach den Wegen der einzelnen Körperteile unterscheidet man 4 Arten von Bewegungen: progressive, rotierende, wälzende und schwingende.

1. Bewegt sich ein Körper so, daß alle seine Punkte gleiche und parallele gerad- oder krummlinige Bahnen beschreiben, so nennt man die Bewegung eine fortschreitende oder progressive; ein fahrender Wagen, fließendes Wasser, ein fallender oder geworfener Körper.

2. Bewegt sich ein Körper so, daß alle seine Punkte um eine feste Achse Kreise beschreiben, so nennt man die Bewegung eine drehende oder rotierende; z. B. die Uhrzeiger, ein Schwungrad.

3. Die wälzende Bewegung ist eine Verbindung der fortschreitenden mit der drehenden Bewegung; eine rollende Kugel, die Räder eines fahrenden Wagens, die Bewegung der Erde um die Sonne.

4. Bewegt sich endlich ein Körper in einer bestimmt begrenzten Bahn regelmäßig hin und zurück, so daß er zu verschiedenen Zeiten dieselbe Entfernung von seiner Ruhelage, dieselbe Richtung

und auch dieselbe Geschwindigkeit hat, so wird die Bewegung eine schwingende genannt.

c) Nach der Geschwindigkeit, d. i. nach dem in der Zeiteinheit (= 1 Sekunde) zurückgelegten Wege unterscheidet man eine gleichförmige und eine ungleichförmige Bewegung.

Ein Körper befindet sich in einer gleichförmigen Bewegung, wenn seine Geschwindigkeit sich nicht ändert; ist das Gegenteil der Fall, so sagt man, der Körper führe eine ungleichförmige Bewegung aus. Die ungleichförmige Bewegung ist entweder eine beschleunigte oder verzögerte, je nachdem die Geschwindigkeit immer größer oder kleiner wird.

Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung nimmt die Geschwindigkeit des Körpers immer um denselben Betrag zu; diese Zunahme an Geschwindigkeit während der Zeiteinheit wird Beschleunigung oder Akzeleration genannt.

Bei der gleichförmig verzögerten Bewegung nimmt die Geschwindigkeit des Körpers immer um denselben Betrag ab; diese Abnahme an Geschwindigkeit während einer Sekunde wird Verzögerung genannt.

1. Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Punktes am Äquator bei der täglichen Rotation um die Erdachse ($r = 860$ Meilen à 7420 m?) (464 m).

2. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Erde um die Sonne, wenn sie 20 Millionen Meilen von derselben entfernt ist? (3·985 Meilen.)

3. Wie viele Umdrehungen macht ein Schwungrad von 2 m Radius in einer Stunde, wenn die Geschwindigkeit eines Punktes am Umfange des Rades 6 m beträgt? (1718·8.)

5. Wie lauten die Gesetze des freien Falles (im luftleeren Raume)?

Unter dem freien Fall versteht man die Bewegung eines freien Körpers nach der Erde hin infolge der Anziehung der Erde.

Läßt man einen Körper, den man ruhig hält, plötzlich los, so wächst seine Geschwindigkeit, welche im Augenblicke des Loslassens Null war, infolge der fortwährend wirkenden Schwerkraft gleichmäßig mit der Zeit und erreicht am Ende der 1. Sekunde den Wert g. Würde die Schwerkraft am Ende der 1. Sekunde aufhören, so müßte der Körper vermöge des Beharrungsgesetzes in jeder folgenden Sekunde den Weg $= g$ zurücklegen. Da aber die Schwere in der 2. Sekunde ebenso stark auf ihn wirkt wie in der 1. Sekunde, so muß seine Geschwindigkeit in der 2. Sekunde wieder um g zunehmen; die Endgeschwindigkeit (v) am Ende der 2. Sekunde ist

also $= 2\,g$. Auf diese Weise wächst seine Geschwindigkeit in jeder folgenden Sekunde um g; sie ist am Ende der 3. Sekunde $= 3\,g$ und am Ende der t. Sekunde $= tg$; in Zeichen: $v = gt$.

1. Der freie Fall ist also eine gleichförmig beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung g. ($g = 9{\cdot}81\ m$.)

Die Formel für den im ganzen zurückgelegten Weg erhalten wir durch folgende Erwägung: Da die Geschwindigkeit eines in gleichförmig beschleunigter Bewegung begriffenen Körpers gleichmäßig wächst, so muß der Körper in jedem gegebenen Zeitraume denselben Weg durchlaufen, den er in derselben Zeit mit derjenigen Geschwindigkeit gleichförmig zurücklegen würde, welche er in der Mitte dieses Zeitraumes einen Augenblick besaß. Die mittlere Geschwindigkeit

der 1. Sekunde beträgt also $\frac{0 + g}{2} = \frac{g}{2}$;

„ 2. „ „ $\frac{g + 2g}{2} = \frac{3g}{2}$;

„ 3. „ „ $\frac{2g + 3g}{2} = \frac{5g}{2}$ u. s. f.

Durch Einführung der mittleren Geschwindigkeit haben wir die gleichförmig beschleunigte Bewegung auf die gleichförmige zurückgeführt.

Die Ausdrücke für die mittleren Geschwindigkeiten sind gleichzeitig die Ausdrücke für die in den einzelnen Sekunden zurückgelegten Wege (σ); es ist also: $\sigma_1 = \frac{g}{2}$; $\sigma_2 = \frac{3g}{2}$, $\sigma_3 = \frac{5g}{2}$, ... $\sigma_n = (2n - 1)\,\frac{g}{2}$; d. h. die in den aufeinanderfolgenden Sekunden zurückgelegten Wege verhalten sich wie die aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen.

Der in t Sekunden im ganzen zurückgelegte Weg (s) setzt sich aus den Teilen (σ) zusammen; es ist $s_1 = \sigma_1 = \frac{g}{2}$; $s_2 = \sigma_1 + \sigma_2 = 4\,\frac{g}{2}$; $s_3 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 9\,\frac{g}{2}$, ... $s_t = \frac{g}{2}\,t^2$, d. h. die in mehreren Sekunden zurückgelegten Wege verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten.

Durch die Formeln: $v = gt$ und $s = \frac{g}{2}\,t^2$ und die daraus abgeleitete $v = \sqrt{2\,gs}$ ist jede gleichförmig beschleunigte Bewegung in erschöpfender Weise gekennzeichnet.

Ein Körper fällt durch 4 Sekunden; mit welcher Geschwindigkeit kommt er unten an und welchen Weg hat er im ganzen zurückgelegt?

Der Eiffelturm hat eine Höhe von 300 *m*; mit welcher Geschwindigkeit würde ein von der Spitze fallender Körper am Boden anlangen?

Ein frei fallender Körper hat in einem gewissen Punkte seiner Bahn eine Geschwindigkeit von 54·936 *m*, in einem tiefer gelegenen eine von 143·226 *m*; in welcher Zeit kommt der Körper von dem oberen zu dem unteren Punkte und wie groß ist die Entfernung zwischen beiden?

Wie lange verweilte das Geschoß in einem 2 *m* langen Rohre, wenn es mit einer Geschwindigkeit von 500 *m* das Rohr verläßt?

Anmerkung. Die Bewegung eines Geschosses im Rohre kann als eine gleichförmig beschleunigte angesehen werden.

6. Wie lauten die Gesetze der gleichförmig verzögerten Bewegung?

Ein Körper befindet sich in einer gleichförmig verzögerten Bewegung, wenn er von seiner Anfangsgeschwindigkeit in jedem Zeitteile gleich viel verliert. Dieser Verlust an Geschwindigkeit während der Sekunde heißt Verzögerung (g). Eine solche Bewegung ist der vertikale Wurf nach aufwärts (im luftleeren Raume). Einen Körper vertikal werfen, heißt, ihm in dieser Richtung eine Anfangsgeschwindigkeit c erteilen; von dieser Geschwindigkeit geht in jeder Sekunde so viel verloren, als die Akzeleration der Schwerkraft beträgt; es ist also die Geschwindigkeit (v) in einem beliebigen Momente: $\boldsymbol{v = c - gt}$.

Die Höhe, welche ein aufwärts geworfener Körper in t Sekunden erreicht, ist gleich der Differenz zwischen der Höhe ct, die er infolge der erteilten Anfangsgeschwindigkeit nach dem Beharrungsgesetze zurücklegen würde, und dem Fallraum in t Sekunden; somit

$$\boldsymbol{s = ct - \frac{g}{2} t^2}.$$

Der Körper steigt so lange, so lange $c > gt$ ist; bei $c = gt$ hat der Körper seinen höchsten Punkt, die Steighöhe, erreicht; die dazu erforderliche Zeit ist $t = \frac{c}{g}$ und die Steighöhe $S = \frac{c^2}{2g}$.

Nach Erreichung dieser Steighöhe beginnt der Körper zu fallen; aus $\frac{c^2}{2g} = \frac{g}{2} t^2$ erhält man die Fallzeit $t = \frac{c}{g}$, und die Endgeschwindigkeit v ist $= \sqrt{2gs} = \sqrt{2g.\frac{c^2}{2g}} = c$, d. h. ein vertikal in die Höhe geworfener Körper braucht zum Herabfallen von der

erreichten Wurfhöhe dieselbe Zeit wie zum Aufsteigen und hat im Momente des Niederfallens dieselbe Geschwindigkeit, mit welcher er in die Höhe geschleudert wurde.

Anmerkung. Für den Wurf vertikal nach abwärts gelten die Gleichungen:

$$\begin{cases} v = c + gt \\ s = ct + \frac{g}{2}t^2. \end{cases}$$

Wann wird ein Eisenbahnzug, der eine Fahrgeschwindigkeit von 12 *m* hat, bei einer Verzögerung von 3 *dm* zur Ruhe kommen? Welchen Weg bis dahin hat er zurückgelegt?

Welche Zeit braucht ein Zug von 10 *m* Geschwindigkeit, um auf einem Wege von 400 *m* die Geschwindigkeit bis auf 2 *m* zu vermindern?

Welche Anfangsgeschwindigkeit muß ein vertikal aufwärts geworfener Körper haben, um eine Höhe von 78·48 *m* zu erreichen? Wie lange war der Körper im ganzen in Bewegung?

Mit welcher Geschwindigkeit wurde eine Kugel in die Höhe geschleudert, welche nach 1 Minute zu Boden fiel? Wie hoch war sie gestiegen?

Ein Körper wird von einem 138 *m* hoch gelegenen Punkte (Höhe des Stephansturmes in Wien) mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 2 *m* vertikal nach unten geworfen; in welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit kommt der Körper unten an?

Wann werden zwei Körper, welche den Abstand H haben, zusammentreffen, von denen der eine mit der Geschwindigkeit C vertikal nach aufwärts, der andere mit der Geschwindigkeit c vertikal nach abwärts α) gleichzeitig β) um t Sekunden später geworfen wird?

7. Welches sind die verschiedenen Maße für die Kräfte?

Die Größe einer Kraft können wir nur nach der Größe ihrer Wirkung beurteilen. Nun ist bekannt, daß die Kräfte entweder einander das Gleichgewicht halten oder eine Bewegung erzeugen; demzufolge ist *a*) ein statisches und *b*) ein dynamisches Maß der Kräfte zu unterscheiden.

a) Zwei Kräfte müssen wir als gleich ansehen, wenn sie an demselben Punkte angreifend, nach gerade entgegengesetzten Richtungen wirkend, sich aufheben, d. h. keine Bewegung hervorbringen, oder eine vorhandene Bewegung ungeändert lassen. Da man stets einer Kraft das Gleichgewicht halten kann, indem man an demselben Punkte in einer ihr entgegengesetzten Richtung ein Gewicht wirken läßt, so ist dieses Gewicht der Kraft gleich und ihr Maß.

Die Einheit des statischen Kräftemaßes ist das Kilogramm.

Das Instrument, mittelst dessen man einen Druck oder Zug durch Gewichte ausdrücken kann, heißt Dynamometer.

b) Dynamisches Maß. Eine Kraft kann auch durch die erzeugte Bewegung gemessen werden. Wenn eine Kraft auf einen Körper wirkt, so erzeugt sie eine bestimmte Bewegungsgröße, die teils von der Geschwindigkeit, teils von dem Quantum des Beweglichen, d. i. von der Masse des in Bewegung zu setzenden Körpers abhängig ist und zu beiden im direkten Verhältnisse steht. Da ferner jene Kraft, welche einem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit in 1 Sekunde erteilt, offenbar t mal so stark sein muß als eine solche, welche demselben Körper dieselbe Geschwindigkeit in t Sekunden erteilt, so ist die Kraft umgekehrt proportional der Zeit, welche sie für eine bestimmte Geschwindigkeit braucht. Es ist daher $p = k \cdot \frac{mv}{t}$, wobei der Proportionalitätsfaktor k eine Kraft bedeutet, welche der Masseneinheit in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit $v = 1$ erteilt. Wird letztere Kraft als Krafteinheit gewählt, so erscheint jede Kraft, welche der Masse m in t Sekunden die Geschwindigkeit v erteilt, durch die Beziehung $p = \frac{mv}{t}$ oder $pt = mv$ ausgedrückt.

Das Produkt pt heißt Zeiteffekt der Kraft p; das Produkt mv heißt Bewegungsgröße der Masse m. Man kann somit sagen: der Zeiteffekt einer Kraft ist gleich der erzeugten Bewegungsgröße.

Bei kontinuierlich wirkenden Kräften ist $\frac{v}{t} = \gamma$ (Beschleunigung), folglich $p = m\gamma$; d. h. die Größe einer konstanten Kraft von unveränderlicher Stärke ist gleich dem Produkte aus der Masse und der erzeugten Beschleunigung.

Setzt man in der Gleichung $p = m\gamma$ statt γ die Akzeleration der Schwere $g = 9{\cdot}81\,m$, so drückt $p = mg$ die Kraft aus, mit welcher die Schwere auf einen Körper von der Masse m wirkt; diese Kraft ist aber nichts anderes als das Gewicht (q) des Körpers, folglich $q = m \cdot g$; d. h. das Gewicht eines Körpers ist gleich dem Produkte aus seiner Masse und der Beschleunigung der Erdschwere. Daraus folgt wieder: $m = \frac{q}{g}$; d. h. die Zahl, welche die Masse eines Körpers ausdrückt, wird erhalten, wenn man sein Gewicht (in kg) durch die Beschleunigung der Schwere (9·81) dividiert.

m ist $= 1$, wenn $q = g$ ist; d. h. die in 9·81 kg enthaltene

Masse, welche unter dem Einflusse der Krafteinheit (1 *kg*) die Beschleunigung (1 *m*) erlangt, ist die Masseneinheit des praktischen oder terrestrischen Maßsystems.

In dem dynamischen Kräftemaß, das unter dem Namen absolutes Maß eingeführt ist, ist als Einheit der Masse die Masse in 1 *g*, als Einheit der Geschwindigkeit 1 *cm* und als Einheit der Zeit 1 Sekunde angenommen. Die Krafteinheit, welche der Masse von 1 *g* in 1 Sekunde die Geschwindigkeit von 1 *cm* erteilt, wird *Dyn* genannt. $1\ Dyn = \frac{1}{981}\ g.$

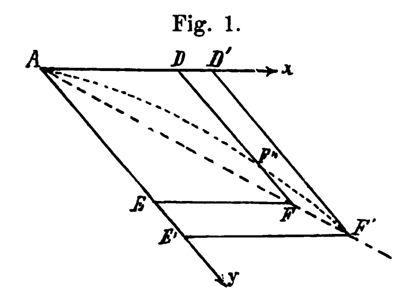
Welche Masse hat ein Körper *a*) von 24·75 *kg*, *b*) von 1 *kg*?

Wenn eine 12 *kg* schwere Kugel $^1/_{300}$ Sekunde im Laufe verweilt und eine Geschwindigkeit von 720 *m* besitzt, wie groß ist die Kraft des explodierenden Pulvers?

8. Wodurch kommt eine krummlinige Bewegung zustande?

Da jede Kraft in der geraden Verbindungslinie ihres Angriffs- und ihres Ausgangspunktes wirkt, also alleinwirkend nur eine geradlinige Bewegung hervorzurufen im stande ist, so kann eine krummlinige Bewegung nur durch das Vorhandensein zweier Bewegungen (unter dem Einflusse zweier Kräfte) zustande kommen. Die komponierenden Bewegungen können *a)* gleichartig, *b)* ungleichartig sein.

Fig. 1.



a) Bewegt sich der Punkt A (Fig. 1) in der Richtung Ax gleichförmig mit der Geschwindigkeit C und in der Richtung Ay gleichförmig mit der Geschwindigkeit c, und sind AD und AE die Wege in der Zeit t, AD' und AE' die Wege in der Zeit t', so ist:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} AD = C.t \\ AE = c.t \end{array}\right\} AD:AE = C:c \\ \left.\begin{array}{l} AD' = C.t_1 \\ AE' = c.t_1 \end{array}\right\} AD':AE' = C:c \end{array}\right\} AD:AE = AD':AE';$$

Der bewegte Punkt A befindet sich am Ende der Zeit t an derselben Stelle, an welcher er sein würde, wenn die einzelnen Bewegungen in den ihnen entsprechenden Richtungen nacheinander stattgefunden hätten. A ist also nach t Sekunden in F, wobei $AD = EF$ ist. F ist also der Endpunkt des aus AD und AE konstruierten Parallelogrammes. Ebenso ist F' der Endpunkt des aus

AD' und AE' konstruierten Parallelogrammes. Aus $AD:DF = AD':D'F'$ und $\sphericalangle D = D'$ folgt: $\triangle ADF \sim AD'F'$, d. h. die Punkte A, F und F' fallen in eine Gerade. Sind also die komponierenden Bewegungen geradlinig und gleichförmig, so ist es auch die resultierende Bewegung.

Anmerkung: Sind die komponierenden Bewegungen gleichförmig beschleunigt, so ist nach derselben geometrischen Betrachtung die resultierende Bewegung geradlinig.

b) Ist aber die Bewegung in der Richtung Ax eine gleichförmige mit der Geschwindigkeit C, in der Richtung Ay dagegen eine gleichförmig beschleunigte mit der Akzeleration g, dann ist

$$\left.\begin{array}{l} AD = Ct \\ AE = \frac{g}{2} . t^2 \end{array}\right\} \text{ und } \left.\begin{array}{l} AD' = C . t_1 \\ AE' = \frac{g}{2} . t_1^2 \end{array}\right\}; \text{ daher: } \left\{\begin{array}{l} AD:AE = C:\frac{g}{2} t \\ AD':AE' = C:\frac{g}{2} t_1. \end{array}\right.$$

Wegen $t_1 > t$ ist $C:\frac{g}{2} t > C:\frac{g}{2} t_1$;

somit $AD:AE > AD':AE'$

oder mit Berücksichtigung des Parallelogrammes

$$AD:DF > AD':D'F'$$

Da der Divisor DF in diesem Falle (verglichen mit dem ersten) kleiner geworden ist, so liegt F (in F'') außerhalb der Linie AF'; die Bahn des Punktes A ist jetzt eine gebrochene und, da die Brechung in jedem Zeitteilchen erfolgt, eine krumme Linie.

Eine krummlinige Bewegung ist also stets eine aus zwei ungleichartigen Bewegungen zusammengesetzte Bewegung.

Zwei gleichförmige Bewegungen mit den Geschwindigkeiten 1·5 *m* und 2·4 *m* bilden einen Winkel von 60^0 miteinander; wie groß ist die Geschwindigkeit in der resultierenden Bewegung?

Zwei gleichförmig beschleunigte Bewegungen mit den Akzelerationen 2 *dm* und 3 *dm* bilden einen Winkel von 45^0 miteinander; wie groß ist die Akzeleration in der resultierenden Bewegung und welchen Winkel bildet dieselbe mit denen der Komponenten?

9. Es ist *a)* die Wurfhöhe, *b)* die Wurfweite eines schief geworfenen Körpers zu bestimmen.

Jeder unter einem Elevationswinkel α mit der Geschwindigkeit c geworfene Körper beschreibt eine krummlinige Bahn. Eine krummlinige Bewegung ist aber aus zwei ungleichartigen Bewegungen zusammengesetzt; die komponierenden Bewegungen sind: 1. die gleich-

förmige Bewegung in horizontaler Richtung mit der Anfangsgeschwindigkeit $c \cos \alpha$ und der vertikale Wurf nach aufwärts mit der Anfangsgeschwindigkeit $c \sin \alpha$.

Aus den Formeln für die Geschwindigkeit und für den Weg dieser zwei Bewegungen:

$$1. \begin{cases} v = c \cos \alpha \\ w = ct \cos \alpha \end{cases} \qquad 2. \begin{cases} v = c \sin \alpha - gt \\ h = ct \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 \end{cases}$$

lassen sich verschiedene Fragen beantworten.

a) Wie lange steigt der Körper? welche Höhe erreicht er? Wie weit ist der höchste Punkt der Bahn in horizontaler Richtung vom Ausgangspunkte entfernt?

Antw. Der Körper steigt so lange, so lange er eine Geschwindigkeit nach oben hat; ist $c \sin \alpha - gt = o$, also $t = \frac{c \sin \alpha}{g}$, so hat der Körper den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht. Die Wurfhöhe selbst erhält man, indem man den Ausdruck für die Steigzeit in die Formel für h einsetzt; es ist $H = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

Der Horizontalabstand dieses Punktes ist $W = ct \cos \alpha = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{2g}$.

b) Wie groß ist die Dauer der Bewegung und wie groß die Wurfweite?

Antw. Findet die Bewegung des schief geworfenen Körpers nur oberhalb der durch den Ausgangspunkt gelegten horizontalen Ebene statt, so ist für den Endpunkt der Bewegung $h = o$; $ct \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 = o$ gibt ($t = o$; dies gilt für den Anfangspunkt) $t = \frac{2c \sin \alpha}{g}$. Setzt man diesen Wert für t in die Gleichung für den Weg in horizontaler Richtung ein, so erhält man den Ausdruck für die Wurfweite: $W = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$.

Wird ein und derselbe Körper mit derselben Geschwindigkeit unter verschiedenen Winkeln geworfen, so ist die Wurfweite dann am größten, wenn $\sin 2\alpha = 1$, also $2\alpha = 90^0$ und $\alpha = 45^0$ ist.

Aus der Vergleichung der Ausdrücke für die Wurfweite und für den horizontalen Abstand des höchsten Punktes sowie daraus, daß die Dauer der Bewegung doppelt so groß ist als die Steigzeit, ergibt sich, daß die Kurve in Bezug auf die Wurfhöhe eine symmetrische ist.

Wird aus $y = ct \cos \alpha$, $x = ct \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2$ t eliminiert, so erhält man

eine Gleichung von der Form $y^2 - py + qx = 0$; d. h. die Bahn des geworfenen Körpers ist eine Parabel.

Anmerkung. Der Luftwiderstand, welcher bei der Aufstellung der Gleichungen nicht berücksichtigt wurde, verändert die gewonnenen Resultate, weil durch die Einwirkung der Luft die horizontale Geschwindigkeit beständig vermindert und ebenso die Bewegung in vertikaler Richtung verändert wird. Die Bahn des Körpers ist in Wirklichkeit keine Parabel, sondern die sogenannte ballistische Kurve, bei welcher der absteigende Teil der Bahn (von der Wurfhöhe zum Horizont) kürzer und steiler ist als der Teil, in welchem der Körper aufsteigt.

Eine Leuchtkugel wird mit einer Geschwindigkeit von $c = {}^{1000}/_3\, m$ unter dem Winkel $\alpha = 75^0$ abgeschossen; wie weit fliegt sie, wie hoch steigt sie und wie lange wird sie gesehen?

Unter welchem Winkel muß eine Kugel mit der Geschwindigkeit $c = 300\, m$ abgeschossen werden, um eine Höhe von $1125\, m$ zu erreichen?

Eine Kanonenkugel, welche mit der Geschwindigkeit von $500\, m$ das Rohr verläßt, soll eine Wurfweite von $5\, km$ erreichen; unter welchem Winkel muß das Rohr gegen den Horizont geneigt sein?

Das Rohr einer Feuerspritze ist einmal unter dem Winkel $\alpha = 40^0$, das anderemal unter $\beta = 50^0$ gegen den Horizont geneigt; in welchem Verhältnisse stehen die Sprungweiten, die Sprunghöhen?

10. Welche Gesetze bestehen beim Fall auf der schiefen Ebene?

Jede feste, gegen den Horizont geneigte ebene Fläche wird eine schiefe Ebene genannt. Befindet sich ein Körper vom Gewichte Q auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α, so kann sich derselbe nicht in der Richtung der wirkenden Kraft bewegen; in diesem Falle haben wir die Kraft Q in zwei aufeinander senkrechte Komponenten $Q \cos \alpha$ und $Q \sin \alpha$ zu zerlegen. Die Komponente $Q \cos \alpha$ wird durch den Widerstand der Ebene aufgehoben; die Bewegung nach abwärts erfolgt infolge der Kraft $Q \sin \alpha$; da diese Kraft konstant bleibt, so lange der Körper auf der schiefen Ebene sich befindet, so ist diese Bewegung eine gleichförmig beschleunigte mit der Beschleunigung g'. Aus $g' : g = Q \sin \alpha : Q$ folgt $g' = g \sin \alpha$. Die Formeln für die Bewegung auf der schiefen Ebene sind daher:

$$1.\ v = gt \sin \alpha, \quad 2.\ s = \frac{g}{2} t^2 \sin \alpha \quad \text{und} \quad 3.\ v = \sqrt{2gs \sin \alpha}.$$

Um die Geschwindigkeit zu erhalten, mit welcher ein von der ganzen Länge (l) der schiefen Ebene herabrollender Körper diese

schiefe Ebene verläßt, haben wir in der Formel 3, statt $s \dots l$ einzusetzen; es ist $\sqrt{2gl \sin\alpha} = \sqrt{2gh}$; d. h. die Endgeschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er von der ganzen Länge der schiefen Ebene herabrollt, ist ebenso groß wie beim freien Fall von der Höhe der schiefen Ebene. (Ist auch gültig für eine stetig krumme Bahn).

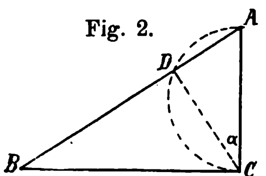


Fig. 2.

Um den Ort des von A aus (Fig. 2) herabrollenden Körpers zu finden zur Zeit, wo der gleichzeitig von A aus freifallende in C ist, haben wir aus $h = \frac{g}{2} t^2$ die Zeit $t^2 = \frac{2h}{g}$ in den vom herabrollenden Körper zurückgelegten Weg $s = \frac{g}{2} t^2 \sin\alpha$ einzusetzen; wir erhalten $s = h \sin\alpha$; um diesen Ausdruck zu erhalten, ziehen wir $CD \perp AB$; $h \sin\alpha = AD$. Die Wege AD und AC werden also in derselben Zeit zurückgelegt. Hat die schiefe Ebene einen größeren oder kleineren Neigungswinkel, so liegt der Punkt D stets in dem über AC konstruierten Halbkreise. Man sagt: Der vertikale Durchmesser AC und jede von dem Anfangspunkte desselben ausgehende Kreissehne AD sind isochron.

Anmerkung: Soll bei der Bewegung auf der schiefen Ebene die Reibung, welche einem Bruchteile (μ) der Druckkomponente $Q \cos\alpha$ gleich ist, berücksichtigt werden, so erfolgt die Bewegung erst dann, wenn $Q \sin\alpha > \mu Q \cos\alpha$, also $tg\,\alpha > \mu$ ist.

Welche Neigung muß eine schiefe Ebene bei einer Basis (b) haben, damit ein Körper in der kürzesten Zeit von derselben herabrolle?

Auflösung. Wird in $s = \frac{g}{2} t^2 \sin\alpha$, s durch $\frac{b}{\cos\alpha}$ ersetzt, so erhält man: $t^2 = \frac{4b}{g \sin 2\alpha}$; dieser Ausdruck wird am kleinsten, wenn $\sin 2\alpha$ am größten wird; dies tritt für $2\alpha = 90^0$, also $\alpha = 45^0$ ein.

Wie groß ist der Neigungswinkel einer schiefen Ebene, wenn eine herabrollende Kugel 3mal so viel Zeit braucht als die von der Höhe der schiefen Ebene frei fallende?

Eine Kugel wird mit einer Geschwindigkeit von 100 m auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 40^0$ hinaufgeworfen; wie weit wird sie sich hinaufbewegen? welche Zeit braucht sie zum Herabrollen?

Ein Körper legt auf einer schiefen Ebene mit $\alpha = 10^0$ in 4 Sekunden 13·614 m zurück; wie groß ist die Beschleunigung g an diesem Orte?

Auf einer schiefen Ebene, die 600 m lang und 15^0 gegen die Horizontale geneigt ist, gleitet ein Schlitten hinab, dem man eine Anfangsgeschwindigkeit

von 1 *m* gegeben hat; mit welcher Geschwindigkeit kommt er am Fuße der schiefen Ebene an und in wieviel Sekunden hat er die Strecke zurückgelegt?

11. Was versteht man *a)* unter mechanischer Arbeit, *b)* unter lebendiger Kraft?

a) Unter Arbeit versteht man die Überwindung eines Widerstandes auf jedem Punkte des in der Richtung der Kraft zurückgelegten Weges.

Die Größe der Arbeit ist der Größe des zu überwindenden Widerstandes (Q) und der Länge des zu durchlaufenden Weges (s) direkt proportional; in Zeichen: $A = k \cdot Q \cdot s$; wird der Proportionalitätsfaktor k, d. i. diejenige Arbeit, welche verrichtet wird, wenn ein Widerstand von 1 *kg* auf einem Wege von 1 *m* überwunden wird, als Arbeitseinheit angenommen, so ist $A = Q \cdot s$ Meterkilogramm.

Als absolute Arbeitseinheit gilt das *Erg*, d. i. jene Arbeit, welche 1 *Dyn* auf dem Wege von 1 *cm* leistet. 1 *mkg* = $9{\cdot}81 \cdot 10^7$ *Erg*.

Bei der Beurteilung der Größe der Arbeit kommt die dazu gebrauchte Zeit nicht in Betracht; soll aber nach der Größe der geleisteten Arbeit die Größe der Kraft beurteilt werden, so muß auch die Zeit berücksichtigt werden, innerhalb welcher diese Arbeit verrichtet wurde.

Man nennt die in 1 Sekunde geleistete Arbeit den Effekt oder die Leistung der Kraft. Im praktischen Maschinenbetriebe gebraucht man als Einheit die Pferdekraft d. i. die Leistung von 75 *mkg* in der Sekunde.

Im absoluten Maßsysteme dient als Einheit des Effektes das *Erg* pro Sekunde oder als größere Einheit das *Watt* = 10 Millionen *Erg* pro Sekunde.

b) Jeder in Bewegung befindliche Körper vermag durch das Beharrungsvermögen auf eine gewisse Strecke einen Widerstand zu überwinden d. h. eine Arbeit zu verrichten. Diese Arbeitsfähigkeit eines in Bewegung befindlichen Körpers nennt man lebendige Kraft. Den Zahlenausdruck für die lebendige Kraft findet man durch folgende Betrachtung: ein mit der Geschwindigkeit c Meter vertikal aufwärts geworfener Körper steigt $\frac{c^2}{2g}$ Meter hoch; auf dieser Strecke überwindet er den Widerstand der Erdschwere d. i. das eigene Gewicht von p *kg*; die geleistete Arbeit ist daher $= p \cdot \frac{c^2}{2g} = mg \cdot \frac{c^2}{2g} = \frac{mc^2}{2}$. Da es in Beziehung auf die Wirkungsfähigkeit eines bewegten Körpers gleichgültig ist, woher er seine Geschwindigkeit hat oder

was für eine Art von Widerstand er zu überwinden hat und in welcher Richtung er sich bewegt, so gilt folgendes, allgemeine Gesetz:

Jede in Bewegung befindliche Masse m vermag, wenn sie die Geschwindigkeit c m hat, eine Arbeit von $\frac{mc^2}{2}$ Meterkilogramm zu verrichten.

Anmerkung. Wie es eine von der Geschwindigkeit der bewegten Masse stammende Energie „Energie der Bewegung" oder „kinetische Energie" gibt, ebenso gibt es eine Art von „Energie der Lage" oder „potentielle Energie". Ein am Dache liegender Stein ist nicht ohne das Vermögen Arbeit zu leisten und daher nicht ohne Energie; denn lassen wir ihn herabfallen, so ist er im stande, eine Arbeit zu verrichten, und zwar so viel als nötig war, um den Stein aufs Dach zu bringen.

1. Welche Arbeit leistet ein Mensch von 70 *kg* Gewicht, der eine Last von 20 *kg* auf einen Berg von 50 *m* Höhe trägt? (4500 *mkg.*)

2. Die lebendige Kraft eines von der Höhe h frei fallenden Körpers ist gleich der Arbeit, die man beim Heben des Körpers auf dieselbe Höhe h verrichtet.

3. Bei Eisenbahnen beträgt der Widerstand $^1/_{200}$ der Last; welche Arbeit ist nötig, um einen Zug von 150 t eine Meile (= 7420 m) weit fortzubewegen, wenn er dabei um 100 m steigt? (20.565,000 *mkg.*)

4. Eine Dampfmaschine vermag in 3 Minuten 600 *hl* Wasser 4 m hoch zu heben; wie viel Pferdekräfte besitzt sie?

5. Eine Flintenkugel besitzt ein Gewicht von 15 g und verläßt das 0·7 m lange Rohr mit einer Geschwindigkeit von $v = 650\ m$; *a*) wie lange dauert die Bewegung im Rohre; *b*) wie groß ist der Effekt der Pulvergase?

Auflösung. Die Bewegung der Kugel im Rohre kann als eine gleichförmig beschleunigte angesehen werden;

$$\left.\begin{array}{l}\text{daher ist } 0{\cdot}7 = \frac{\gamma t^2}{2} \\ \text{und } 650 = \gamma t\end{array}\right\} \frac{0{\cdot}7}{650} = \frac{t}{2},\ t = \frac{1{\cdot}4}{650} \text{ Sekunden.}$$

Die in dieser Zeit geleistete Arbeit ist gleich der lebendigen Kraft der Kugel, also $\frac{mc^2}{2} = \frac{q(\text{in } kg)}{g} \cdot \frac{c^2}{2} = \frac{0{\cdot}015 \,.\, 650^2}{2g}$ und der Effekt der Pulvergase = $\frac{0{\cdot}015 \,.\, 650^2}{2g} : 75\,t = \frac{0{\cdot}015 \,.\, 650^2 \,.\, 650}{2g \,.\, 75 \,.\, 1{\cdot}4}$ Pferdekräfte.

6. Mit wie viel Pferdekräften arbeitet eine Lokomotive, die einem Zuge von 150.000 *kg* in 40 Sekunden eine Geschwindigkeit von 10 m erteilt? (250.)

7. Ein Zug von 100 t und 10 m Geschwindigkeit soll nach 400 m zur Ruhe kommen; welcher Widerstand muß durch das Bremsen erreicht werden? $\left(R = \frac{Q}{80}\right)$ Wie groß ist die Verzögerung und wann kommt der Zug zur Ruhe?

8. Durch einen Kanal fließt in jeder Sekunde 3 m^3 Wasser mit der Geschwindigkeit von 2 m; mit wie viel Pferdekräften könnte das Wasser arbeiten?

12. Auf einer Leiter AB, welche an einer Mauer unter dem Winkel α angelehnt ist, steht bei C eine Person vom Gewichte R; wie groß ist der Druck, welchen das untere Ende der Leiter in horizontaler Richtung erfährt?

Auflösung. Wird die Kraft R in zwei aufeinander senkrecht stehende Komponenten P_1 und P_2 zerlegt, von denen P_1 in die Richtung der Leiter fällt, so gibt $P_1 = R \cos \alpha$ den Druck der Leiter auf den Boden in der Richtung AB an; diese Kraft ist nochmals in zwei aufeinander senkrecht stehende Komponenten Q_1 und Q_2 zu zerlegen.

Ist Q_1 die Komponente in der horizontalen Richtung, so ist

$$Q_1 = R \cos \alpha \,.\, \cos \beta = R \cos \alpha \,.\, \sin \alpha = \frac{R}{2} \sin 2\alpha.$$

Für den speziellen Fall $\alpha = 30^0$ und $R = 70\,kg$ ist $Q_1 = 35 \times 0{\cdot}866 = 30{\cdot}31\,kg$.

13. Drei Kräfte haben einen und denselben Angriffspunkt; wann halten sie einander das Gleichgewicht?

Wirken auf denselben Punkt zwei oder mehrere Kräfte nach verschiedenen Richtungen, so gibt es immer eine Kraft, die in demselben Punkte angreifend nach einer bestimmten Richtung und mit einer bestimmten Intensität wirkend dasselbe leistet, wie diese Kräfte zusammengenommen. Diese Kraft heißt Resultierende, die ursprünglichen Kräfte heißen Komponenten.

Wenn zwei Kräfte P_1 und P_2 unter einem Winkel α auf einen Punkt wirken, so ist die Resultierende sowohl der Größe als auch der Richtung nach gleich der Diagonale desjenigen Parallelogrammes, welches man aus den Seitenkräften und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel α konstruieren kann.

Die Größe der Resultierenden

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2 P_1 P_2 \cos (180 - \alpha)} = \\ = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2 P_1 P_2 \cos \alpha}$$

ist für dieselben Komponenten bloß vom $\measuredangle \alpha$ abhängig:

für $\alpha = o$ ist $R = P_1 + P_2$ ein Maximum,

für $\alpha = 180^0$ ist $R = P_1 - P_2$ ein Minimum;

in jedem Falle besteht die Relation:

$$P_1 : P_2 : R = \sin (P_2 \,.\, R) : \sin (P_1 \,.\, R) : \sin (P_1 \, P_2).$$

Soll eine dritte Kraft P_3 den Kräften P_1 und P_2 das Gleichgewicht halten, so muß P_3 in derselben Ebene wie P_1 und P_2

wirken, muß die entgegengesetzte Richtung von R haben und muß $= R$ sein; für diesen Fall ist

$$P_1 : P_2 : P_3 = \sin(P_2 P_3) : \sin(P_1 P_3) : \sin(P_1 P_2).$$

Zwei Kräfte $P_1 = 5\,kg$ und $P_2 = 7\,kg$ wirken unter $\sphericalangle\ \alpha$ auf einen Punkt; wie groß ist die Resultierende und welche Winkel bildet sie mit den Komponenten?

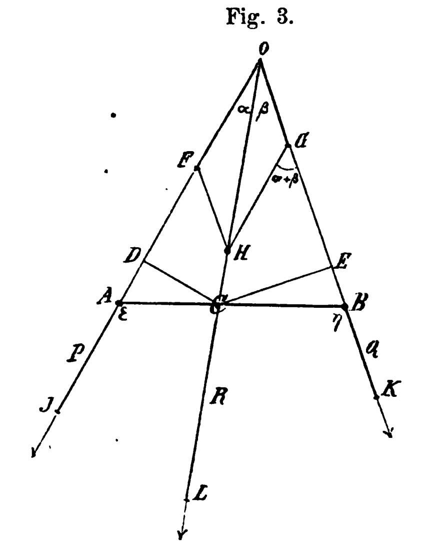
Eine Kraft von $7\,kg$ soll in zwei Komponenten; $p = 4\,kg$, $q = 5\,kg$ zerlegt werden; welche Winkel bilden die Komponenten mit der Resultierenden?

14. Was versteht man unter dem Mittelpunkte paralleler Kräfte?

Unter dem Mittelpunkte paralleler Kräfte versteht man den Angriffspunkt der Resultierenden von mehreren parallelen Kräften.

α) Die Richtungen zweier nicht paralleler Kräfte P und Q, die einen Körper in den Punkten A und B (Fig. 3) angreifen, schneiden einander im Punkte O. Werden die Angriffspunkte nach O verlegt, was bei einem starren System gestattet ist, und macht man $OF = P$, $OG = Q$, so gibt die Diagonale OH des Kräfteparallelogramms die Richtung und Größe der Resultierenden an; der Angriffspunkt derselben kann wieder in irgend einen in der Richtung der Resultierenden liegenden Punkt: in den Punkt C verlegt werden.

Fig. 3.



Die Größe und Richtung der Resultierenden sowie die Lage des Angriffspunktes C läßt sich auch mit Hilfe der Rechnung bestimmen. Zu diesem Zwecke mögen die Kräfte P und Q, die Winkel ε und η sowie die Länge der Verbindungslinie $AB = a$ bekannt sein.

Durch ε und η ist $\sphericalangle\ AOB = \alpha + \beta$ gegeben; im $\triangle\ OHG$ ist

$$OH = R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(\alpha + \beta)} \text{ und } \sin\beta = \frac{P}{R}\sin(\alpha+\beta).$$

Ferner ist $P : Q = \sin\beta : \sin\alpha$; wird $CD \perp AO$, $CE \perp BO$ gezogen und $\sin\beta$ durch $\frac{CE}{CO}$, $\sin\alpha$ durch $\frac{CD}{CO}$ ersetzt, so erhält man: $P : Q = CE : CD$ oder die Gleichung $P \, . \, CD = Q \, . \, CE$. Das Produkt

einer Kraft mit dem von einem Punkte auf ihre Richtung gefällten Lote nennt man ihr **statisches Moment** in Bezug auf diesen Punkt.

Die Lage des Punktes C wird demnach durch die Bedingung bestimmt, daß die statischen Momente der beiden Kräfte in Bezug auf ihn gleich sein müssen.

Wird $AC = x$ gesetzt, so ist $CD = x \sin \varepsilon$ und $CE = (a - x) \sin \eta$; danach $P x \sin \varepsilon = Q (a - x) \sin \eta$ und $x = \frac{Q a \sin \eta}{P \sin \varepsilon + Q \sin \eta}$, wodurch die Lage des Punktes C vollkommen bestimmt ist.

β) Sind die in A und B angreifenden Kräfte P und Q gleichstimmig parallel, so ist $\varepsilon + \eta = 180^0$ und $\alpha + \beta = o$; die Resultierende $R = P + Q$ ist gleich der Summe der Komponenten und hat mit denselben gleiche Richtung; denn $\sin \beta = 0$.

Die Lage des Angriffspunktes C von dem Endpunkte A ist durch $x = \frac{a Q}{P + Q}$ gegeben und ist unabhängig von dem Winkel, den die Richtungen der Kräfte mit der starren Linie einschließen; deshalb bleibt C so lange an derselben Stelle, solange P und Q sich nicht ändern, mögen die Richtungen der Kräfte gegen AB wie immer geneigt sein; dieser Eigenschaft halber heißt C **Mittelpunkt paralleler Kräfte.**

Anmerkung. Aus der Proportion: $x : a = Q : (P + Q)$ d. i. $AC : AB = Q : (P + Q)$ folgt: $AC : (AB - AC) = Q : P$ d. i. $AC : BC = Q : P$ d. h. der Angriffspunkt der Resultierenden zweier paralleler Kräfte teilt die Verbindungslinie der Angriffspunkte der Komponenten in zwei Stücke, welche sich umgekehrt wie die anliegenden Kräfte verhalten.

Wo liegt der Angriffspunkt der Resultierenden zweier paralleler Kräfte: $P = 85\, kg$ und $Q = 51\, kg$, welche an den Enden einer $24\, dm$ langen Stange angreifen?

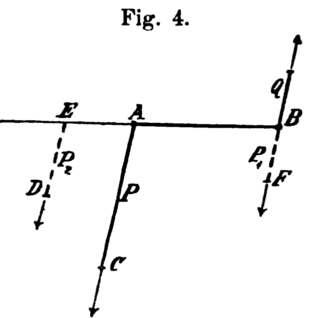
15. Wo liegt der Angriffspunkt der Resultierenden zweier ungleichstimmig paralleler auf eine starre Linie wirkender Kräfte?

Sind die Kräfte P und Q, welche in den Punkten A und B der starren Linie AB (Fig. 4) wirken, ungleichstimmig parallel und ungleich z. B. $P > Q$, so läßt sich P in zwei im gleichen Sinne parallel wirkende Komponenten P_1 und P_2 zerlegen, so daß P_1 gleich und entgegengesetzt der Kraft Q im Punkte B wirkt, während

$P_2 = P - Q$ den aus der Proportion $P_1 : P_2 = EA : AB$ sich ergebenden Punkt E zum Angriffspunkte hat.

Aus der Proportion folgt: $P_1 : (P_1 + P_2) = EA : EB$, d. i. $EA : EB = Q : P$.

Fig. 4.



Die Resultierende zweier ungleichstimmig paralleler Kräfte ist gleich dem Unterschiede derselben; sie hat dieselbe Richtung, wie die größere der beiden Kräfte; ihr Angriffspunkt liegt auf der Außenstrecke der Verbindungslinie der Angriffspunkte der Komponenten auf der Seite der größeren Kraft, und es verhalten sich die Abstände des Angriffspunktes der Resultierenden von den Angriffspunkten der Seitenkräfte umgekehrt wie diese selbst.

Aus $P_1 : P_2 = AE : AB$ erhält man:

$$AE = \frac{P_1}{P_2} AB = AB \frac{Q}{P - Q};$$ daraus ist ersichtlich, daß AE einen endlichen Wert hat, solange $P > Q$ ist, daß es also in diesem Falle eine Resultierende gibt.

Wird jedoch $P = Q$, dann ist $R = P - Q = 0$ und $AE = \infty$. Dieses Resultat, daß die Resultierende Null im Unendlichen anzubringen sei, sagt, daß zwei gleiche, parallele und entgegengesetzte Kräfte keine Resultante haben, also nicht durch eine einzige Kraft ersetzt werden können.

Zwei gleiche ungleichstimmig parallele Kräfte nennt man ein **Kräftepaar**. Der Abstand der beiden Kraftrichtungen heißt **Arm** des Kräftepaares; das Produkt aus einer der beiden Kräfte und dem Arme heißt **Moment** des Kräftepaares.

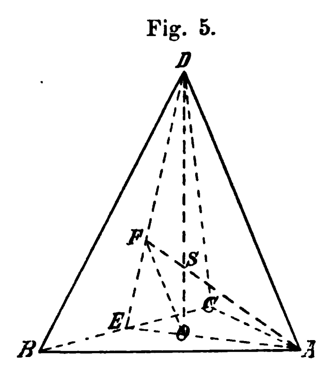
Wo liegt der Angriffspunkt zweier antiparalleler Kräfte: $p = 56\,kg$ und $q = 24\,kg$, welche an den Endpunkten einer $2 \cdot 5\,m$ langen Stange angreifen?

16. Wo liegt der Schwerpunkt einer dreiseitigen homogenen Pyramide?

Jeder Punkt eines außerhalb der Erde befindlichen Körpers wird nach dem Mittelpunkte derselben gezogen: da dieser aber sehr weit entfernt ist (6370 *km*), so kann man die Richtungen der an den einzelnen Punkten eines nicht allzugroßen Körpers wirkenden Schwerkräfte als parallel annehmen. Die Resultierende aller dieser Schwer-

kräfte ist gleich deren Summe; sie ist das Gesamtgewicht des Körpers und der Punkt, an welchem sie angreift, heißt Schwerpunkt desselben. Jede gerade Linie, welche durch den Schwerpunkt geht, heißt Schwerlinie.

Fig. 5.



Der Schwerpunkt einer Geraden liegt im Halbierungspunkte derselben, der Schwerpunkt einer Dreiecksfläche im Endpunkte des ersten Drittels einer Transversalen von der Basis aus.

a) Die dreiseitige Pyramide $ABCD$ (Fig. 5) kann man sich durch sehr viele der Basis parallele Schnitte in sehr viele und dünne Dreiecksflächen zerlegen. Der Schwerpunkt des untersten Dreieckes ist in O (wenn $EO = \frac{1}{3} AE$ ist), der des obersten in D und die Schwerpunkte der übrigen Dreiecke liegen in der Geraden DO. DO ist also eine Schwerlinie der Pyramide. Ebenso ist AF, wenn F der Schwerpunkt der Seitenfläche BCD ist, eine Schwerlinie der Pyramide.

DO und AF liegen aber in derselben Ebene ADE, der Durchschnittspunkt S beider ist der gesuchte Schwerpunkt.

Wegen $OF \parallel AD$ ist $\triangle ASD \sim OSF$, daher $OS : SD = 1 : 3$ und $(OS + SD) : OS = 4 : 1$, folglich $OS = \frac{DO}{4}$ d. h. der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide liegt in derjenigen Geraden, welche den Schwerpunkt der Grundfläche mit der Spitze der Pyramide verbindet, und zwar im Endpunkte des ersten Viertels von der Basis an gerechnet.

Dasselbe gilt für eine mehrseitige Pyramide und für einen Kegel.

Ein Holzzylinder (spez. Gewicht $= s$), welcher 12 *cm* dick und 10 *cm* hoch ist, wird von unten zylindrisch (mit dem Radius $\rho = 4$ *cm*) bis zur Höhe 6 *cm* ausgehöhlt und dann mit Blei ($S = 23\,s$) ausgefüllt; in welcher Höhe liegt der Schwerpunkt?

17. Man unterscheidet drei Arten des Gleichgewichtes; welche denn?

Da das Gesamtgewicht eines Körpers den Angriffspunkt im Schwerpunkte hat, so kann man sich in diesem das Gesamtgewicht

des Körpers vereinigt denken und alle übrigen Punkte als gewichtslos annehmen.

1. Wird ein Körper in seinem Schwerpunkte festgehalten, sei es, daß dieser Punkt unterstützt wird, oder durch ihn eine Achse hindurch geht, so läßt er sich um diesen Punkt drehen, ohne daß das Gleichgewicht zu bestehen aufhört; der Körper befindet sich im indifferenten Gleichgewichte. (Eine Kugel, ein liegender Zylinder und ein liegender Kegel.)

Wird ein Körper oberhalb oder unterhalb seines Schwerpunktes (auf die obige Art) festgehalten, so kann Gleichgewicht nur dann herrschen, wenn der Schwerpunkt mit dem Unterstützungspunkte in derselben Vertikalen liegt.

2. Wird der Körper vertikal oberhalb des Schwerpunktes festgehalten (aufgehängt), so kehrt er, wenn er aus seiner Lage gebracht wird, stets wieder in dieselbe zurück; er befindet sich im stabilen Gleichgewichte.

3. Wird der Körper vertikal unter dem Schwerpunkte festgehalten (unterstützt), so befindet er sich im labilen Gleichgewichte; die geringste Bewegung des Körpers hat zur Folge, daß derselbe eine halbe Umdrehung vollzieht, indem der Schwerpunkt die möglichst tiefste Lage einnimmt.

Warum muß eine Kugel von einer schiefen Ebene herabfallen?

Ein durch mehrere Punkte unterstützter Körper wird dann in Ruhe sein, wenn die vertikale Schwerlinie in die durch die Punkte bestimmte Unterstützungsfläche fällt.

Warum beugen wir uns beim Besteigen des Berges vorwärts, beim Herabgehen rückwärts?

18. Wovon ist die Standfestigkeit eines Körpers abhängig?

Das Vermögen eines Körpers, seine Stellung der Schwerkraft gegenüber zu behaupten, nennt man Standfestigkeit oder Stabilität; sie wird durch die Kraft gemessen, welche, im Schwerpunkte des Körpers horizontal wirkend, ein labiles Gleichgewicht herbeizuführen im stande ist.

Fig. 6.

Ist P die horizontale im Schwerpunkte (Fig. 6) eines Körpers angreifende Kraft, h die Höhe des Schwerpunktes über der Basis AB, also auch die Entfernung der Kraftrichtung von der Kante B sowie Q das Gewicht des Körpers und e die Entfernung der durch den Schwerpunkt gehenden Vertikalen von der

Kante B, so findet Stabilität statt, solange $P.h < Q.e$ ist. Das Gleichgewicht des Körpers ist **labil**, wenn $P.h = Q.e$ ist; eine größere Kraft als $P = \frac{Q.e}{h}$ wird den Körper umstürzen.

Die Kraft P d. i. die Stabilität eines Körpers ist desto größer, je größer sein Gewicht (Q), je weiter die Vertikalprojektion seines Schwerpunktes auf die Unterstützungsfläche von der Kante entfernt ist, um welche er umgestürzt werden soll, und je tiefer sein Schwerpunkt liegt.

Ein Holzblock hat die Form eines rechtwinkeligen Parallelepipedes mit den Dimensionen: $l = 40\,cm$, $b = 20\,cm$, $h = 1\,m$; welche Neigung muß man ihm geben, bis er um die größere (kleinere) Basiskante umfällt?

Ein gerader Zylinder mit dem Radius $r = 10\,cm$ steht auf einer um α^0 gegen den Horizont geneigten Ebene. Wie hoch kann der Zylinder sein, ohne daß er umfällt?

19. Welche einfachen Maschinen lassen sich auf den Hebel zurückführen?

Eine Kraft kann unmittelbar nur auf einen in ihrer Richtung liegenden Punkt wirken. Jede Vorrichtung, mittels welcher die Wirkung einer Kraft auf einen außerhalb ihrer Richtung liegenden Punkt übertragen werden kann, wird eine **Maschine** genannt. Die einfachsten Maschinen sind: der **Hebel** und die **schiefe Ebene**.

Der Hebel ist ein um eine fixe Achse drehbarer (gewöhnlich stabfömiger) Körper, auf welchen wenigstens zwei Kräfte derart wirken, daß sie denselben nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben. Diese zwei Kräfte halten einander das Gleichgewicht, wenn ihre statischen Momente gleich sind: $Pp = Qq$.

Auf den Hebel lassen sich zurückführen: *a*) das **Wellrad**, *b*) die **Rolle**.

a) Das Wellrad besteht aus einer runden Scheibe (das Rad), welche mit einem Zylinder (die Welle) **konaxial** fest verbunden ist. Das Rad kann auch durch einzelne Speichen oder durch eine Kurbel ersetzt werden. Die Last Q wirkt am Umfange der Welle, die Kraft P am Umfange des Rades; sollen diese Kräfte einander das Gleichgewicht halten, so muß $P.R = Q.r$ oder $P : Q = r : R$ sein, d. h. **am Wellrade herrscht Gleichgewicht, wenn sich Kraft zur Last verhält wie der Radius der Welle zum Radius des Rades.**

b) Die Rolle ist eine kreisförmige Scheibe, welche sich um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, in einem Gehäuse (dem Kloben)

gelagerte Achse dreht, und deren Umfang zur Aufnahme eines Seiles mit einer Rinne versehen ist. Kraft und Last wirken am Umfange der Scheibe nach entgegengesetzten Richtungen. Ist die Rolle so angebracht, daß ihr Mittelpunkt keine fortschreitende Bewegung annehmen kann, so heißt sie eine fixe Rolle. An einer fixen Rolle ist Gleichgewicht, wenn $Pr = Qr$ also $P = Q$ ist. Die fixe Rolle gewährt daher bei Bewältigung einer Last keine Erleichterung, sondern sie dient dazu, die Richtung verfügbarer Kräfte nach Belieben abzuändern.

Die Rolle heißt beweglich, wenn sie nicht nur um ihre Achse gedreht, sondern auch mit der Achse auf und ab bewegt werden kann. Bei einer beweglichen Rolle herrscht für den Fall, als beide Seile parallel sind, Gleichgewicht, wenn die Kraft gleich der Hälfte der Last ist. $P = \frac{Q}{2}$.

Beispiele. 1. Ein Hebel ist 50 *cm* lang, überall gleich dick und 8 *kg* schwer; wo ist die Drehungsachse anzubringen, damit sich die Kräfte $p = 5$ *kg* und $q = 12$ *kg* an den Enden des Hebels das Gleichgewicht halten?

2. Welchen Widerstand setzt eine Nuß dem Zerdrücken entgegen, wenn jeder Schenkel des Nußknackers 14 *cm* lang ist, die Nuß 2·5 *cm* vom Gelenk liegt und an jedem Schenkel eine Kraft von 9 *kg* wirkt? (100·8 *kg*).

3. Ein Arbeiter drückt auf eine Kurbel von 0·3 *m* Länge mit einer Kraft von 15 *kg* und dreht diese in einer Minute 25mal im Kreise; wie viel Pferdekräften entspricht diese Arbeit?

Auflösung. Die bei einer Umdrehung geleistete Arbeit = $15\,kg . 2r\pi = 9\pi\,mkg$. Die in 1 Minute geleistete Arbeit beträgt $9\pi . 25 = 225\pi\,mkg$. Die in 1 Sekunde geleistete Arbeit beträgt $\frac{225\pi}{60} = \frac{15\pi}{4}$.

Unter einer Pferdekraft versteht man die Leistung von 75 *mkg* in der Sekunde; demnach beträgt die Anzahl der Pferdekräfte: $\frac{15\pi}{4 . 75} = \frac{\pi}{20}$.

20. Es gibt drei Arten von Flaschenzügen; welche denn?

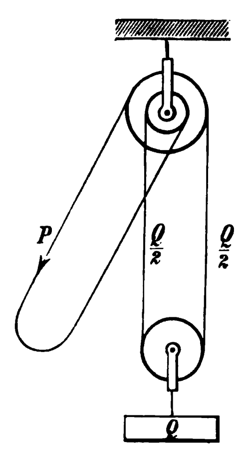
Flaschenzüge sind Verbindungen mehrerer fester und loser Rollen, wodurch man größere Lasten mit geringen Kräften heben kann. Man unterscheidet α) den gewöhnlichen Flaschenzug β) den Potenzflaschenzug und γ) den Differentialflaschenzug.

α) Der gewöhnliche Flaschenzug ist eine Verbindung mehrerer in einer unbeweglichen Hülse befindlicher Rollen (obere Flasche) und ebenso vieler in einer beweglichen Hülse befindlicher Rollen (untere Flasche). Am Bügel der festen Flasche ist ein Seil angemacht, das abwechselnd um eine Rolle der beweglichen unteren und eine Rolle der unbeweglichen oberen Flasche geführt ist; am Ende des Seiles wirkt die Kraft P, am Bügel der unteren Flasche hängt die Last Q.

Bei dieser Vorrichtung verteilt sich die Last gleichmäßig auf die $(2n)$ Seilstücke, in denen die lose Flasche hängt; es ist $P = \frac{Q}{2n}$.

Der einfache Flaschenzug wird gewöhnlich so konstruiert, daß die Rollen der Flaschen statt untereinander nebeneinander angebracht sind.

Fig. 7.



Am Flaschenzug überzeugt man sich am leichtesten von dem Satze: Was an Kraft gewonnen wird, geht an Weg verloren.

β) Der Potenzflaschenzug ist eine Verbindung mehrerer beweglicher Rollen. Das um die erste Rolle geschlungene Seil ist am Mittelpunkte der zweiten, das um die zweite geschlungene Seil am Mittelpunkte der dritten, u. s. f. befestigt. (Die Seile laufen hiebei parallel.) Das über die letzte Rolle geschlungene Seil geht über eine fixe Rolle.

Wäre die Rolle, an der die Last Q hängt, allein vorhanden, so wäre eine Kraft $p_1 = \frac{Q}{2}$ zum Gleichgewichte erforderlich; die Kraft wirkt als Last an der vorletzten Rolle und erfordert zur Herstellung des Gleichgewichtes eine Kraft $p_2 = \frac{p_1}{2} = \frac{Q}{2^2}$ u. s. f., so daß bei n Rollen $P = \frac{Q}{2^n}$ ist.

γ) Am häufigsten wird der Differentialflaschenzug (Fig. 7) benutzt. Er besteht aus zwei fest miteinander verbundenen Rollen mit den Radien r und R und aus einer beweglichen Rolle, an welcher die Last hängt. Die Kette greift in Vertiefungen der festen Rollen ein und verbindet sich mit dem Anfang zu einer Kette ohne Ende.

Die Gleichgewichtsbedingung lautet: $P . R + \frac{Q}{2} . r = \frac{Q}{2} . R$ oder $P = \frac{Q}{2} . \frac{R - r}{R}$, daher $P : Q = (R - r) : 2R$ d. h. Kraft verhält sich zur Last wie die Differenz der Radien der fixen Rollen zum doppelten Radius der großen fixen Rolle.

Eine Last von 1000 *kg* ist bereits mittels eines aus 6 Rollen bestehenden Flaschenzuges in die Höhe gezogen; das Ende des Seiles ist um eine Winde von 20 *cm* Durchmesser gelegt; welche Kraft an der 50 *cm* langen Kurbel kann dieser Last das Gleichgewicht halten?

21. Welche Anforderungen stellt man an eine gewöhnliche Schalenwage?

Jede brauchbare Wage muß stabil, richtig und empfindlich sein.

1. Eine Wage ist stabil, wenn sich der Wagebalken im unbelasteten oder beiderseits gleichbelasteten Zustande bei horizon-

taler Stellung im stabilen Gleichgewichte befindet; dies tritt dann ein, wenn der Schwerpunkt der ganzen Wage in der vertikalen Schwerlinie unter der Drehungsachse liegt. An der senkrecht zum Wagebalken befestigten Zunge läßt sich diese Stellung leicht erkennen.

2. Eine Wage ist richtig, wenn derselbe Körper durch dasselbe Gewichtsstück im Gleichgewichte erhalten wird, gleichgültig, ob der Körper auf der Schale S_1 oder S_2 liegt. Wodurch dies erreicht wird, ergibt sich aus den verschiedenen Bedingungsgleichungen für das Bestehen des Gleichgewichtes.

a) Schon der unbelastete Wagebalken AB, der um O beweglich ist, muß bei jeder Temperatur horizontal bleiben; dazu ist die Gleichüng $q_1 . CO = q_2 . DO$ notwendig; q_1 und q_2 sind die Gewichte und die Punkte C und D die Schwerpunkte der einzelnen Arme. Dieser Gleichung entspricht man am besten, indem man $q_1 = q_2$ und $CO = DO$ macht.

b) Das Gleichgewicht darf nicht gestört werden, wenn die Schale mit dem Gewichte S_1 in A oder in B und die zweite Schale mit dem Gewichte S_2 an den zweiten Aufhängepunkt eingehängt wird.

$$\text{Aus } \left.\begin{array}{l} S_1 . AO = S_2 . BO \\ S_2 . AO = S_1 . BO \end{array}\right\} \text{ folgt: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{S_2}{S_1} \text{ d. i. } S_1 = S_2;$$

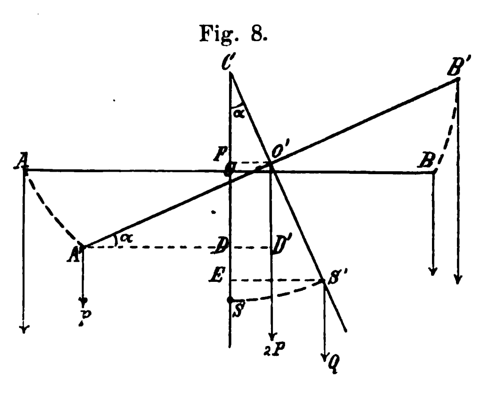
und

damit ist auch $AO = BO$ d. h.:

Eine Krämerwage ist richtig, wenn ihre Arme gleich lang und gleich schwer und die Schwerpunkte der Arme von der Drehungsachse gleich weit entfernt sind, wenn ferner beide Schalen samt den mit ihnen verbundenen Aufhängemitteln dasselbe Gewicht haben.

3. Eine Wage ist empfindlich, wenn sie bei einem kleinen Übergewichte einen merklichen Ausschlag gibt. Besteht nämlich ein Unterschied zwischen Gewicht und Last, so bildet die Zunge mit ihrer Gleichgewichtsrichtung einen Ausschlagswinkel; je größer dieser Winkel bei demselben Übergewichte ist, desto größer ist die Empfindlichkeit. Von welchen Größen ist nun die Empfindlichkeit abhängig?

Fig. 8.



Wird in die eine Schale der Körper vom Gewichte P gelegt, so muß auf die andere Schale ein ebenso schweres Gewicht gelegt

werden; statt P in A und P in B (Fig. 8) angreifen zu lassen, können wir ihre Resultierende $2P$ setzen, welche den Halbierungspunkt O des ganzen Wagebalkens zum Angriffspunkte hat, während S der Angriffspunkt des Gewichtes Q der Schalen und des Wagebalkens ist. Wird nun auf die Schale bei A ein kleines Gewicht p gegeben, so kommt A nach A', B nach B', O nach O', S nach S'. Beim Eintreten des Gleichgewichtes müssen die Momente der Kräfte, die nach entgegengesetzten Richtungen wirken, gleich sein;

also $$p . A'D = 2P . O'F + Q . S'E; \text{ aber}$$

$$A'D = A'D' - DD' = A'O' \cos\alpha - CO' \sin\alpha =$$
$$= l \cos\alpha - \delta \sin\alpha, \quad O'F = \delta \sin\alpha; \quad S'E = CS' \sin\alpha = d \sin\alpha.$$

Daher durch Substitution:

$$p\,(l \cos\alpha - \delta \sin\alpha) = 2\,P . \delta \sin\alpha + Q\,d \sin\alpha \text{ und}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{pl}{(2P + p)\,\delta + Q . d}.$$

Da nun die Tangente dem Winkel proportional ist, dieser aber als ein Maß für die Empfindlichkeit der Wage gilt, so folgt hieraus, daß die Empfindlichkeit größer ist, wenn

1. l (somit auch der ganze Wagebalken) groß ist,
2. Q d. i. das Gewicht des Balkens samt den Schalen klein ist,
3. d klein ist, d. i. wenn der Schwerpunkt des Wagebalkens so nahe als möglich, jedoch unter der Drehachse liegt,
4. δ klein ist, d. i. wenn die Verbindungslinie der Aufhängepunkte beider Wagschalen so nahe als möglich unter der Drehachse liegt; bei $\delta = O$ ist wegen $\operatorname{tg}\alpha = \frac{p . l}{Q\,d}$ die Empfindlichkeit von der Größe der Belastung P unabhängig.

Die Empfindlichkeit einer Wage wird durch einen Bruch ausgedrückt, dessen Nenner die größte Belastung ist, welche die Wage ohne Nachteil zu tragen vermag und dessen Zähler das kleinste Gewicht bezeichnet, bei dem die Wage unter der größten Belastung einen merklichen Ausschlag gibt. Bei einer guten Wage soll sie wenigstens $^1/_{60.000}$ betragen.

Anmerkung. Der eine Arm des Wagebalkens ist in 10 gleiche Teile eingeteilt, so daß ein 1 *cg* schweres Laufgewicht (Reiter) auf verschiedene Stellen des Armes gelegt, das Wägen nach Milligrammen möglich macht, indem es nach der Reihe die statischen Momente 0·1 *cg* bis 1 *cg* angibt.

22. Wie ist die Schnellwage eingerichtet

Die Schnellwage (auch römische Wage) ist ein ungleicharmiger Hebel, bei welchem an dem Ende des kürzeren und dickeren Armes (in A) ein Haken zur Aufnahme der Last angebracht ist, welcher

durch Verschiebung eines Laufgewichtes an dem längeren Arme das Gleichgewicht gehalten wird. Wie das Gewicht der Last bestimmt wird, zeigt folgende Betrachtung:

Ist D der Anfangspunkt des dünneren Armes, an welchem das Laufgewicht p sich befinden muß, um der unbelasteten Wage mit dem Gewichte q, welche Kraft im Schwerpunkte S der ganzen Wage angreift, das Gleichgewicht zu halten, so muß $q \,.\, OS = p \,.\, OD$ sein. Wird jetzt in A der Körper mit dem Gewichte K aufgelegt, so muß das Laufgewicht bis nach D' verschoben werden, damit das Gleichgewicht eintritt. Dafür muß die Gleichung $K \,.\, AO + q \,.\, OS =$ $= p \,.\, OD' = p\,(OD + DD')$ bestehen. Wird davon die erste Gleichung subtrahiert, so bleibt $K \,.\, AO = p \,.\, DD'$; es ist also $K = p \,.\, \frac{DD'}{AO}$. Faßt man die Länge AO als Einheit auf und trägt diese von D aus auf den längeren Arm so oft als möglich auf, so erhält man das Gewicht K des Körpers, indem man das Laufgewicht p mit der Maßzahl der Strecke DD' multipliziert. Ist noch $p = 1\ kg$, so ist auch diese Multiplikation nicht nötig.

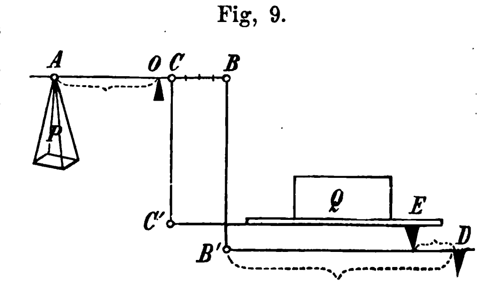
Anmerkung. Gibt man der Wage zwei verschiedene Unterstützungspunkte, so kann der Drehungspunkt mit dem längeren Lastarme für kleinere, der andere für größere Lasten benutzt werden.

23. Es ist die Einrichtung und Wirkungsweise einer Brückenwage anzugeben.

Die Brückenwage ist eine zusammengesetzte Hebelwage; sie besteht aus drei Teilen: dem Schwanenhalse, der Gabel und der Brücke.

Der Schwanenhals AB (Fig. 9.) ist ein zweiarmiger Hebel, an dessen längerem Arme AO eine Schale zur Aufnahme des Gewichtes P hängt, während an dem kürzeren Arme zwei Zugstangen BB' und CC' angebracht sind.

Fig, 9.



Die Gabel ist ein gabelförmig gestalteter, einarmiger Hebel DB', dessen Ende mittels der Zugstange $B'B$ mit dem Ende des kürzeren Schwanenhalsarmes in Verbindung steht.

Die Brücke EC' ist ein horizontales Brett zur Aufnahme der Last Q und liegt mit dem einen Ende E mittels einer Schneide

auf der Gabel, während das andere Ende C' mittels der Zugstange $C'C$ am Schwanenhalse hängt. Die Aufhängepunkte C und B werden so gewählt, daß $OC : OB = DE : Db' = 1 : n$ ist.

Sind Q_1 und Q_2 die Komponenten, in welche sich die Last Q auf der Brücke zerlegt, und ist ferner S die Zugspannung in der Stange BB', so gelten für die drei Hebel folgende drei Gleichungen:

für die Brücke: $Q = Q_1 + Q_2$

für die Gabel: $S . n = Q_2 . 1$

für den Schwanenhals: $P . AO = Q_1 . 1 + S . n = Q_1 + Q_2 = Q$;

daher ist $P = \frac{Q}{AO}$ (wo auch Q auf der Brücke liegen mag).

Ist $AO = 10$ (nämlich $10 . OC$), dann heißt die Brückenwage eine Dezimalwage.

Ist $AO = 100$, dann heißt die Brückenwage eine Zentesimalwage.

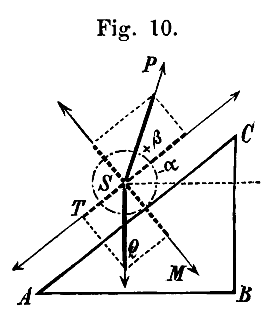
Anmerkung. Bei jeder Bewegung des Hebelsystems einer Dezimalwage bewegt sich die Brücke stets parallel zu sich selbst.

Beweis. Es senke sich A um 10 *mm*, dann hebt sich C und C' um 1 *mm*, B und B' um n *mm*. Hebt sich B' um n *mm*, so hebt sich E bloß um 1 *mm*. E und C' heben sich somit gleichmäßig je um 1 *mm*.

24. Wie lautet die Bedingung des Gleichgewichtes zweier Kräfte an einer schiefen Ebene?

a) Liegt eine Last Q auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α, so ist die nach abwärts ziehende Komponente $= Q \sin \alpha$ (Fig. 10). Soll die Bewegung aufgehoben werden, so muß nach der entgegengesetzten Richtung d. i. parallel zur Länge der schiefen Ebene eine ebenso große Kraft nach aufwärts wirkend angebracht werden. Wirkt die im Schwerpunkte S des Körpers angreifende Kraft P unter dem Winkel β gegen die Länge der schiefen Ebene (nach aufwärts), so beträgt die zur Länge der schiefen Ebene parallele Komponente $P \cos \beta$; aus $Q \sin \alpha = P \cos \beta$ folgt: $P : Q = \sin \alpha : \cos \beta$.

Fig. 10.



1. Für $\beta = 0$ lautet die Bedingungsgleichung: $P : Q = \sin \alpha = h : l$ d. h.

wirkt die Kraft parallel zur Länge der schiefen Ebene, so herrscht Gleichgewicht, wenn sich Kraft zur Last verhält wie die Höhe zur Länge der schiefen Ebene.

2. Für $\beta = -\alpha$ lautet die Bedingungsgleichung: $P : Q = \operatorname{tg} \alpha = h : b$ d. h.
wirkt die Kraft **parallel zur Basis** der schiefen Ebene, so herrscht Gleichgewicht, wenn sich Kraft zur Last verhält wie die **Höhe zur Basis** der schiefen Ebene.

Die Größe des Normaldruckes auf die schiefe Ebene beträgt $Q \cos \alpha - P \sin \beta$.

Anm. Die Schraube ist eine um einen Zylinder gelegte schiefe Ebene. **Greift die Kraft am Umfange der Schraubenspindel an, so herrscht an der Schraube Gleichgewicht, wenn sich die Kraft zur Last verhält wie die Gewindehöhe zum Umfange der Spindel.** $P : Q = h : 2r\pi$.

Mit Hilfe einer Schraube kann man äußerst kleine Bewegungen hervorbringen (**Mikrometerschraube**).

Eine Anwendung der Schraube ist ferner die Schiffsschraube (Ressel 1827). Das Monument Ressels vor der Technik in Wien trägt die Aufschrift: „Das Vaterland dem Österreicher Jos. Ressel, der früher als Alle die Dampfschiffschraube im Jahre 1827 angewendet hat".

Die Schiffsschraube besteht aus zwei halben Schraubengängen, welche an einer horizontalen Achse am hinteren Teile des Schiffes befestigt sind. Beim Umdrehen durch die Dampfmaschine bewegt sich die Schraube im Wasser, welches als Schraubenmutter dient, vorwärts.

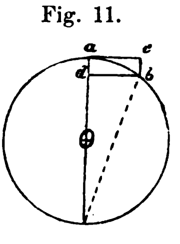
Bei einem Wellrad ist $2r = 5\,cm$, $2R = 12\,cm$. Dieses Wellrad greift in eine Schraube ohne Ende mit $h = 0{\cdot}5\,cm$, an deren Achse eine $20\,cm$ lange Kurbel angebracht ist. Welche Kraft an der Kurbel kann der Last $Q = 900\,kg$ an der Welle das Gleichgewicht halten?

25. Von welchen Größen ist die Fliehkraft abhängig?

Jeder Körper, welcher gezwungen ist, sich auf einer krummlinigen Bahn zu bewegen, übt einen senkrecht zur Bahn und nach der **konvexen** Seite derselben gerichteten Druck oder Zug aus; diesen Druck beziehungsweise Zug nennt man **Fliehkraft** oder **Zentrifugalkraft**.

Um die Abhängigkeit der Fliehkraft von anderen Größen zu erhalten, betrachten wir die einfachste krummlinige Bewegung: die gleichförmige Bewegung eines Körpers im Kreise. Den in der sehr kurzen Zeit τ zurückgelegten Weg $ab = c\tau$ (Fig. 11) können wir als Resultierende zweier ungleichartiger Bewegungen ansehen: einer gleichförmigen in der Richtung der Tangente (ac) und einer gleichförmig beschleunigten (ad) in der Richtung des Radius. Die Kraft, welche den beweglichen Punkt in der Zeit τ um die Strecke ad

Fig. 11.



gegen den Mittelpunkt des Kreises hinzieht, wird **Zentripetalkraft** genannt. Ist γ die von dieser Kraft erzeugte Beschleunigung, so ist $ad = \frac{\gamma}{2}\tau^2$. Um ad mit ab in einen Zusammenhang zu bringen, benutzen wir den geometrischen Satz: $ab^2 = 2r \,.\, ad$.

Da $ab = c\tau$ ist, so ergibt sich aus: $c^2\tau^2 = 2r \,.\, \frac{\gamma}{2} \,.\, \tau^2 \qquad \gamma = \frac{c^2}{r}$.

Die Zentripetalkraft selbst, mit der die Masse m des Beweglichen zum Zentrum gezogen wird, ist aber das Produkt der Beschleunigung und der Masse; daher $F = \frac{mc^2}{r}$.

Wenn ein Punkt O auf einen Punkt a eine Anziehung ausübt, so übt a auf O einen gleichen und entgegengesetzten Zug aus; die Gegenwirkung von a auf O nennt man **Zentrifugal-, Schwung-** oder **Fliehkraft**; sie ist $= \frac{mc^2}{r}$.

Diese Formel für die Fliehkraft gilt für jede krummlinige Bewegung; während der Krümmungsradius r bei einem Kreise konstant ist, kann er bei einer krummlinigen Bahn von Punkt zu Punkt verschieden sein.

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung gibt man gewöhnlich statt der Geschwindigkeit c die Umlaufszeit t an, d. i. die Zeit, die der Körper braucht, um den ganzen Kreisumfang $2r\pi$ zurückzulegen. Aus $2r\pi = c \,.\, t$ folgt:

$$c = \frac{2r\pi}{t} \quad \text{und dann ist die Fliehkraft} \quad F = \frac{4r\pi^2}{t^2} \,.\, m$$

Anmerkung. Die Fliehkraft ist keine selbständige, auf den rotierenden Körper wirkende Kraft; sie ist nur die Folge von dem Bestreben des Körpers, sich geradlinig zu bewegen und verschwindet, sobald der Körper nicht mehr genötigt ist, in der krummen Bahn zu verbleiben.

Beispiele. 1. Eine 0·5 *kg* schwere Kugel wird an einer 1·2 *m* langen Schnur so geschwungen, daß sie in 2 Sekunden 5 Umdrehungen macht; wie groß ist die Fliehkraft? (15 *kg*).

2. An einem $^1/_2$ *m* langen Faden, der bei einem Zuge von 29 *kg* reißt, wird eine Kugel herumgeschwungen; wie schwer ist die Kugel, wenn bei einer Geschwindigkeit von 5 Touren der Faden reißt? (0·58 *kg*).

3. Wenn die Geschwindigkeit eines Eisenbahnzuges 14 *m* beträgt, die Entfernung der Schienen voneinander $= \frac{5}{3}\,m$ ist und der Schwerpunkt der Wagen $\frac{4}{3}\,m$ über den Schienen liegt, wie groß muß dann mindestens der Radius der Bahnkurven sein, wenn die Wagen durch die Zentrifugalkraft nicht umgeworfen werden sollen?

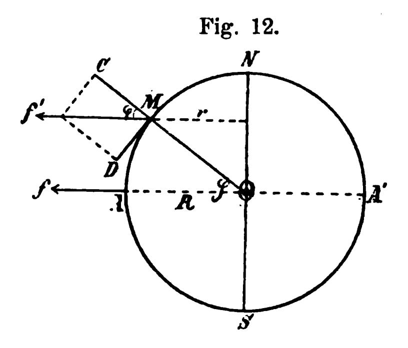
4. An einer Schwungmaschine verhält sich das große Rad zum kleinen

wie 37 : 8; in einer Entfernung von 15 *cm* von der Achse des kleinen Rades sitzt ein Gewicht von 62·5 *g*; welches Gewicht kann dasselbe heben, wenn das große Rad in 1 Sekunde 1 Umdrehung macht? (0·8 *kg*).

26. Wie ändert sich das Gewicht eines und desselben Körpers mit der geographischen Breite des Beobachtungsortes und wie ist diese Erscheinung zu erklären?

Versuche mit der Federwage zeigen, daß das Gewicht desselben Körpers mit der geographischen Breite des Beobachtungsortes zunimmt. Der Grund dieser Tatsache liegt teils in der Abplattung der Erde, der zufolge der Abstand der Erdoberfläche vom Mittelpunkte der Erde am Äquator um $\frac{1}{299}$ mehr beträgt als an den Polen, teils in der durch die Rotation der Erde um ihre Achse erzeugten Fliehkraft, welche die Schwerkraft verschieden schwächt. Wäre die Erde eine vollkommene Kugel und ohne Achsendrehung, so müßte die Beschleunigung der Schwerkraft an allen Orten gleich sein ($= G$). Durch die Rotation um die Achse NS (Fig. 12) entsteht sowohl am Punkte A als auch am Punkte M (unter der geographischen Breite φ) eine Fliehkraft; sie ist in A $f = \frac{4 R\pi^2}{t^2} . m$ und in B $f' = \frac{4 r\pi^2}{t^2} m$;

Fig. 12.



$$\text{daher } f : f' = R : r = R : R \cos\varphi, \text{ d. i. } f' = f \cos\varphi.$$

In demselben Verhältnisse stehen die diesen Kräften entsprechenden Beschleunigungen (bei gleichen Massen); es ist also $\gamma' = \gamma \cos\varphi$.

Die Beschleunigung γ wirkt der Beschleunigung (G) der Schwere direkt entgegen; die am Äquator beobachtete Beschleunigung g_0 ist also $= G - \gamma$.

Im Punkte M hat die Zentrifugalbeschleunigung γ' die Richtung des Radius des Parallelkreises, während G die Richtung des Erdradius hat; hier wird G nicht durch den vollen Wert von $\gamma' = \gamma \cos\varphi$, sondern nur durch die Komponente $MC = \gamma' \cos\varphi = \gamma \cos^2\varphi$ vermindert; es ist also die hier beobachtete Beschleunigung $g = G - \gamma \cos^2\varphi$.

Aus $g > g_0$ ist klar, daß die Akzeleration (mithin auch das

Gewicht eines Körpers) vom Äquator gegen die Pole zu zunimmt; dieser Zuwachs ist $g - g_0 = \gamma \sin^2 \varphi$ dem Quadrate des Sinus der geographischen Breite proportional.

Zur Berechnung von γ dient die Gleichung $\gamma = \frac{4\pi^2}{t^2} R$, wobei für R der Erdradius $= 6370\ km = 6370000\ m$, für t die wirkliche Umdrehungszeit der Erde um ihre Achse, nämlich: $23^h\ 56'\ 4'' = 86164$ Sekunden (mittlerer Sonnenzeit) einzusetzen ist. Daraus findet man: $\gamma = 0{\cdot}0338\ m$.

27. Wie lauten die Kepler'schen Gesetze und welche davon können wir beweisen?

Wird ein Körper A (Fig. 13) stets nach einem festen Punkte S hingezogen, während er infolge seiner Trägheit eine Geschwindigkeit Aa besitzt, die nicht nach dem festen Punkte hin gerichtet ist, so entsteht eine eigentümliche krummlinige Bewegung, welche man Zentralbewegung nennt.

Für die Bewegung der Planeten (Erde, Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun), die eine Zentralbewegung ist, fand Kepler († 1621) folgende Gesetze:

1. Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren gemeinschaftlichem Brennpunkte sich die Sonne befindet (1609).

2. Die von den Leitstrahlen in gleichen Zeiten bestrichenen Flächen sind einander gleich.

3. Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der mittleren Entfernungen von der Sonne (1618). (Die mittleren Entfernungen sind gleich den halben großen Achsen der Ellipsen.)

Fig. 13.

Mit Hilfe der elementaren Mathematik können wir das zweite und dritte Gesetz nachweisen.

Ist As die Strecke, um welche die Zentralkraft in S den beweglichen Körper A (Fig. 13) dem Zentrum in der Zeit (τ) nähert, während welcher er vermöge der Trägheit von A bis a gelangen würde, so ist infolge der Zusammensetzung der Bewegungen B der Ort des beweglichen Körpers nach der Zeit τ. Während eines zweiten ebenso großen Zeitteilchens würde nun der Körper vermöge seiner Trägheit die Strecke $Bb = AB$ zurücklegen, wenn er nicht durch die in S wirkende Kraft um die Strecke Bt abgezogen und nach dem Eckpunkte C des Parallelogrammes $BtCb$ zu gehen

genötigt würde. (Die Geraden AS, BS heißen Leitstrahlen oder Radienvektoren).

Aus $ABS = BbS$ und $BbS = BSb = BSC$ folgt: $ABS = BCS$.

Dieses Gesetz gibt in Verbindung mit dem ersten folgenden Satz: Bei jeder Zentralbewegung verhalten sich die Geschwindigkeiten an den verschiedenen Punkten der Bahn umgekehrt wie die Entfernungen des Zentralpunktes von den Richtungen der Geschwindigkeiten.

Wenn statt der Ellipsen, welche zwei Planeten (mit den Massen m_1 und m_2) in der Zeit t_1 und t_2 beschreiben und welche nahezu kreisförmig sind, Kreise (mit den Radien r_1 und r_2) gedacht werden, so sind die Fliehkräfte, die sich bei dieser Zentralbewegung entwickeln:
$f_1 = \frac{4r_1\pi^2}{t_1^2} m_1$ und $f_2 = \frac{4r_2\pi^2}{t_2^2} m_2$.

Da trotz dieser Fliehkräfte die Planeten ihre Bahnen nicht ändern, so müssen diese Kräfte durch gleiche entgegengesetzte aufgehoben werden; es sind dies die Anziehungskräfte zwischen der Sonne (mit der Masse M) und den Planeten. Nun ist nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz (1686): $A_1 = \frac{Mm_1}{r_1^2}$ und $A_2 = \frac{Mm_2}{r_2^2}$.
Aus $A_1 = f_1$ und $A_2 = f_2$ erhält man $t_1^2 : t_2^2 = r_1^3 : r_2^3$.

Beispiele. 1. Die Umlaufszeit des Saturn beträgt 10759 Tage, die der Erde 365·26 Tage; wie groß ist (in Erdhalbmessern (r) ausgedrückt) der Abstand des Saturn von der Sonne? ($= 9{\cdot}53r$).

2. Die Erde bewegt sich in $T = 365{\cdot}26$ Tagen um die Sonne, von welcher sie eine mittlere Entfernung $R = 23340$ Erdradien à 6370 km hat; der Mond bewegt sich in $t = 27{\cdot}322$ Tagen um die Erde und hat von ihr die Entfernung $r = 383200\,km$. Wievielmal ist die Sonnenmasse (M) größer als die Erdmasse (m), wenn beide Bahnen als Kreise betrachtet werden?

Auflösung. Wird die Fliehkraft des Mondes $\frac{4\pi^2 r}{t^2} m'$ der Anziehung des Mondes von der Erde $\frac{mm'}{r^2}$ gleichgesetzt, so erhält man $m = \frac{4r^3\pi^2}{t^2} \ldots a)$

Ebenso erhält man durch Gleichsetzung der Fliehkraft der Erde $\frac{4R\pi^2}{T^2} m$ und der Anziehung zwischen Sonne und Erde: $\frac{Mm}{R^2}$ für $M = \frac{4R^3\pi^2}{T^2} \ldots b)$

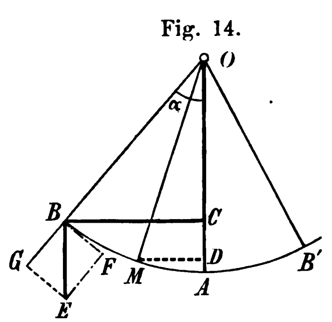
Beide Gleichungen geben durch Division $\frac{M}{m} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 \left(\frac{t}{T}\right)^2 = 326780$.

28. Es ist die Pendelbewegung zu erklären und der mathematische Ausdruck für die Schwingungsintensität eines einfachen Pendels abzuleiten.

Ein Pendel ist ein jeder Körper, der um eine horizontale nicht durch den Schwerpunkt desselben gehende Achse beweglich ist. Das

einfachste Pendel ist das mathematische: ein schwerer Punkt, der durch eine gewichtslose Linie mit dem Drehpunkte verbunden ist. Wird ein mathematisches Pendel aus seiner vertikalen Gleichgewichtslage OA um den Elongationswinkel α gebracht, so wird es, sich selbst überlassen, durch eine Komponente der Schwere nach A zurückgetrieben. In der Lage OB wirkt nämlich die Schwerkraft $BE = q$ (Gewicht des Pendelpunktes) in vertikaler Richtung; zerlegt man q in zwei Komponenten, von denen die eine $BG = q \cos \alpha$ in die Richtung des Fadens fällt, während die andere $BF = q \sin \alpha$ darauf senkrecht steht, so geht die erstere für die Bewegung verloren; sie spannt bloß den Faden an, während die letztere den Punkt nach seiner Gleichgewichtslage hintreibt. Da diese Kraft von $\sin \alpha$ abhängt, welcher Faktor immer kleiner wird, wie sich der Punkt der Vertikalen OA nähert, so ist die Bewegung von B bis A eine ungleichförmig beschleunigte mit abnehmender Beschleunigung. Auf dem Bogen AB' ist die Bewegung eine ungleichförmig verzögerte, weil die Kraft $q \sin. \alpha$ der vorhandenen Bewegung entgegenwirkt. Eine solche hin- und hergehende Bewegung nennt man eine schwingende und hier eine Pendelbewegung. Die größte Geschwindigkeit, die der Punkt beim Durchgange durch die Ruhelage hat, heißt Schwingungsintensität und die Zeit, die der Pendelpunkt braucht, um von B nach B' (Fig. 14) zu kommen, die Schwingungsdauer. Die größte Entfernung des Punktes von der Ruhelage (der Bogen AB) wird Schwingungsweite oder Amplitüde genannt.

Fig. 14.



Wird der in der sehr kurzen Zeit τ zurückgelegte Bogen BM als eine schiefe Ebene mit der Höhe CD angesehen, so ist die Geschwindigkeit des Pendelpunktes in M gegeben durch $v = \sqrt{2g \,.\, CD} = \sqrt{2g\,(CA - DA)}$.

Bei sehr kleinem Elongationswinkel ist es aber gestattet, statt der Bogen AB und AM die zugehörigen Sehnen a und x zu setzen; nach einem geometrischen Satze ist $\left.\begin{aligned} a^2 &= AC \,.\, 2l \\ x^2 &= AD \,.\, 2l \end{aligned}\right\}$;

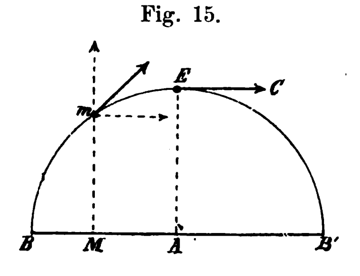
mithin $AC - AD = \frac{1}{2l}(a^2 - x^2)$ und $v = \sqrt{\frac{g}{l} \cdot (a^2 - x^2)}$;

darnach die Schwingungsintensität: $V = a \sqrt{\frac{g}{l}}$.

29. Wie läßt sich aus der Schwingungsintensität des einfachen Pendels $\left(V = a\sqrt{\frac{g}{l}}\right)$ die Schwingungsdauer desselben bestimmen?

Ersetzen wir den ganzen Bogen $BAB' = 2a$ des schwingenden Pendels durch eine Gerade (Fig. 15) und nehmen an, daß auf dieser Linie ein Körper sich mit derselben Geschwindigkeit hin- und herbewege, wie das Pendel auf dem Bogen, so wird die Zeit, in welcher dieser Körper sich von B nach B' bewegt, genau mit der Schwingungsdauer des Pendels zusammenfallen.

Fig. 15.



Um diese Zeit zu erhalten, brauchen wir nur diese schwingende Bewegung als eine Projektion einer gleichförmigen Bewegung auf dem zum Durchmesser $2a$ gehörigen Halbkreise zu betrachten. Die konstante Geschwindigkeit C bei der gleichförmigen Bewegung muß für diesen Fall so groß sein, daß die horizontale Komponente derselben in einem beliebigen Punkte des Halbkreises mit der Geschwindigkeit des schwingenden Körpers an der Stelle, welche mit der Projektion des gewählten Punktes zusammenfällt, identisch wird.

Nun hat der schwingende Körper beim Durchgange durch die Ruhelage A die Geschwindigkeit $v = a\sqrt{\frac{g}{l}}$; ebenso groß ist in E die horizontale Komponente der gewissen konstanten Geschwindigkeit C. Im Punkte E gibt es aber keine vertikale Komponente von C, deshalb ist auch $C = a\sqrt{\frac{g}{l}}$.

Ist t die Dauer der Bewegung auf dem Halbkreise, so ist $a\pi = at\sqrt{\frac{g}{l}}$, also $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; dies ist die Schwingungsdauer des einfachen Pendels.

Diese Formel gilt nur unter der Voraussetzung, daß der Bogen so klein ist, daß man ihn mit seiner Sehne vertauschen kann. Die Schwingungszeit ist also bei kleinen, 10^0 nicht übersteigenden Amplitüden von der Größe der Amplitüde unabhängig.

30. Wie lauten die Pendelgesetze?

Die Pendelgesetze sind in der für kleine Amplitüden abgeleiteten Formel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ enthalten. Daraus sieht man:

1. Die Schwingungszeit ist bei kleinen Amplitüden von der Größe der Amplitüde unabhängig oder die Schwingungen sind bei kleinen Amplitüden isochron.

2. Die Schwingungszeit eines Pendels ist von der Substanz und dem Gewichte des schwingenden Körpers unabhängig.

3. Für zwei verschiedene Pendel an demselben Orte besteht die Beziehung: $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ und $t' = \pi \sqrt{\frac{l'}{g}}$; daher $t : t' = \sqrt{l} : \sqrt{l'}$, d. h.:

An demselben Orte verhalten sich die Schwingungszeiten zweier Pendel wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen.

Führt man jedoch statt der Schwingungsdauer die Anzahl n der Schwingungen ein, welche ein Pendel in einer gewissen Beobachtungszeit T ausführt, so hat man statt $nt = T$, also statt $t = \frac{T}{n}$ einzusetzen; dadurch erhält man:

$\frac{T}{n} : \frac{T}{n_1} = \sqrt{l} : \sqrt{l'}$ oder $n_1^2 : n^2 = l : l'$ d. h.:

Die Quadrate der Schwingungszahlen zweier verschiedener Pendel an demselben Orte der Erde verhalten sich wie umgekehrt die Pendellängen.

4. Aus den Schwingungszahlen desselben Pendels an zwei verschiedenen Orten der Erde erhält man: $\frac{T}{n} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ und $\frac{T}{n_1} = \pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}$; daher $g : g_1 = n^2 : n_1^2$, d. h.:

An verschiedenen Orten der Erde verhalten sich die Beschleunigungen der Schwerkraft wie die Quadrate der Schwingungszahlen.

Ein Pendel macht an einem Orte mit größerer geographischer Breite mehr Schwingungen (Richer [sprich Rischè] 1672).

Ein Pendel macht am Äquator in der Zeit T 479 Schwingungen; an einem anderen Orte 480 Schwingungen; wie groß ist die Beschleunigung am zweiten Orte?

31. Wie läßt sich aus der Formel für die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels *a*) die Beschleunigung der Schwerkraft für einen beliebigen Punkt der Erdoberfläche, *b*) die Höhe eines Berges bestimmen?

a) Die Formel für die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels lautet $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Bezeichnet man die Länge desjenigen Pendels, das zu einer Schwingung 1 Sekunde braucht, mit λ, so ist $1 = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}$, also $g = \pi^2 \lambda$. Dies ist die einfachste und genaueste Bestimmung von g.

Beispiel. Ein Pendel von 1 *m* Länge macht während 4 Minuten 239 Schwingungen, welche Länge hat das Sekundenpendel an diesem Orte?

b) Ist n die Anzahl der Schwingungen, die ein Pendel in einer gewissen Zeit T am Fuße eines Berges, also in der Entfernung $r = 6370\ km$ vom Mittelpunkte der Erde macht, und n_1 die Anzahl der Schwingungen desselben Pendels in derselben Zeit am Berge, d. i. in der Entfernung $(r + h)$ vom Mittelpunkte der Erde, so ist $\frac{T}{n} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ und $\frac{T}{n_1} = \pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}$, also $\frac{1}{n} : \frac{1}{n_1} = \frac{1}{\sqrt{g}} : \frac{1}{\sqrt{g_1}}$ oder $g : g_1 = = n^2 : n_1^2$. Diese Proportion kann zur Berechnung der Höhe des Berges benutzt werden. Es ist nämlich [nach dem Gravitationsgesetz von Newton (1680)]: $g = \frac{k . Mm}{r^2}$ und $g_1 = \frac{k . Mm}{(r+h^2)}$; daher $g : g_1 = (r + h)^2 : r^2$ und mit Rücksicht auf die obige Proportion: $(r + h)^2 : r^2 = n^2 : n_1^2$ oder $(r + h) : r = n : n_1$; folglich $h = \frac{n - n_1}{n_1} r$.

Wie hoch ist ein Berg, auf dem ein Sekundenpendel täglich um 20 Schwingungen weniger macht als an dem Orte, dessen Entfernung vom Mittelpunkte der Erde $r = 6370\ km$ ist?

32. Welches ist das einfachste zusammengesetzte Pendel?

Jeder Körper, welcher sich um eine nicht durch den Schwerpunkt gehende horizontale Achse drehen läßt, wird ein physisches Pendel genannt; letzteres besteht aus unendlich vielen mathematischen Pendeln von sehr verschiedenen Längen.

Die Schwingungen der kürzeren Pendel werden durch die der längeren verzögert, die Schwingungen der längeren Pendel werden wieder durch die der kürzeren beschleunigt. Zwischen den verzögerten und den beschleunigten Punkten wird es auch solche geben. die weder verzögert, noch beschleunigt werden, die also so schwingen, als ob sie ganz allein vorhanden wären; man nennt sie Schwingungspunkte. Denjenigen dieser Punkte, welcher mit dem Schwerpunkte des ganzen Pendels in derselben zur Drehungsachse normalen Vertikalebene liegt, nennt man den Schwingungsmittelpunkt und seine Entfernung von der Drehachse die reduzierte Länge des physischen Pendels.

Kennt man die reduzierte Pendellänge, so kann man die Schwingungsdauer nach der Formel für das mathematische Pendel ($t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$) berechnen. Diese Pendellänge ist aber gleich dem Trägheitsmomente ($T = \Sigma mr^2$) des physischen Pendels geteilt durch sein größtes statisches Moment $= Ma$ ($M =$ die ganze Masse des Pendels, $a =$ Abstand des Schwerpunktes von der Drehungsachse);

somit $t = \pi \sqrt{\frac{T}{Mag}} = \pi \sqrt{\frac{\Sigma(mr^2)}{g \cdot \Sigma(mr)}}$.

Das einfachste zusammengesetzte Pendel ist das Metronom von Mälzel. Es besteht aus einer dünnen Stange, welche um eine horizontale zu ihrer Längsrichtung normale Drehachse beweglich ist; am unteren Teile ist im Abstande R von der Drehachse eine fixe Masse M, am oberen Teile in der Entfernung r eine bewegliche Masse m angebracht. Für diese zwei Massenpunkte ist $t = \pi \sqrt{\frac{MR^2 + mr^2}{(MR - mr)g}}$.

Wird m gegen die Drehungsachse verschoben, so wird r kleiner; damit wird der Zähler des Bruches kleiner und der Nenner größer, folglich $t' < t$. Man kann also durch Verschiebung der Masse m die Schwingungszeit beliebig ändern.

33. Es sind die Gesetze des geraden Stoßes vollkommen unelastischer Körper abzuleiten.

Unter Stoß versteht man die plötzliche Einwirkung eines bewegten Körpers auf einen anderen bewegten oder ruhenden Körper. Die auf der Berührungsfläche der Körper errichtete Senkrechte gibt die Stoßrichtung an; geht diese durch die Schwerpunkte der beiden Körper, so heißt der Stoß zentral, sonst exzentrisch.

Fällt die Bewegungsrichtung mit der Stoßrichtung zusammen, so ist der Stoß ein **gerader**, bilden diese beiden Richtungen einen Winkel, so ist der Stoß ein **schiefer**.

Haben zwei unelastische Körper von M und m Masseneinheiten gewisse gleichgerichtete Geschwindigkeiten C und c, so wird, wenn die Geschwindigkeit des hinteren Körpers größer ist als die des vorderen, der hintere Körper den vorderen einholen und auf ihn so lange drücken, bis beide eine gleiche Geschwindigkeit u erhalten, wobei $C > u > c$ ist.

So lange der Druck (p) der stoßenden Kugel auf die vordere dauert, so lange (t) dauert auch der gleiche Gegendruck der gestoßenen Kugel gegen die hintere; nun ist der Zeiteffekt: pt gleich der Änderung der Bewegungsgröße; die vordere Kugel hat an Bewegungsgröße $m(u - c)$ gewonnen, die hintere Kugel $M(C - u)$ verloren.

Aus $M(C - u) = m(u - c)$ folgt $u = \frac{MC + mc}{M + m}$.

Anmerkung. Bewegen sich die Körper gegeneinander, so ist

$$u = \frac{MC - mc}{M + m}.$$

Spezielle Fälle. 1. Ist $M = m$, so ist $u = \frac{C \pm c}{2}$ d. h., bewegen sich zwei unelastische Körper von gleichen Massen in gleichen (entgegengesetzten) Richtungen, bis sie zusammenstoßen, so bewegen sie sich nach dem Stoße mit der halben Summe (Differenz) ihrer ursprünglichen Geschwindigkeiten.

2. Ist bei $M = m$ der Körper mit der Masse m in Ruhe, also $c = o$, so ist $u = \frac{C}{2}$, d. h. stößt ein unelastischer Körper gegen einen ruhenden vom gleichen Gewichte, so gehen beide mit der halben Geschwindigkeit des stoßenden weiter.

3. Ist $c = o$ und m im Vergleich zu M unendlich groß, wie z. B. eine Wand, dann ist $u = 0$; d. h. stößt ein unelastischer Körper gegen eine feste Wand, so ruht er nach dem Stoße.

4. Die lebendige Kraft vollkommen unelastischer Körper ist nach dem Stoße kleiner als vor dem Stoße.

Die verschwundene lebendige Kraft kommt als Wärme oder Formveränderung zum Vorschein.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Aus } M(C-u)=m(u-c)\\ \text{und } \frac{C+u}{2} > \frac{u+c}{2}\end{array}\right\}\text{ folgt: } \frac{M}{2}(C^2-u^2) > \frac{m}{2}(u^2-c^2)$$

$$\text{oder } \frac{MC^2}{2}+\frac{mc^2}{2} > \frac{u^2}{2}(M+m).$$

Ein unelastischer Körper von 9 *kg* Gewicht stößt mit einer Geschwindigkeit von 0·7 *m* gegen einen anderen von 4 *kg*, welcher sich α) in derselben, β) in entgegengesetzter Richtung mit einer Geschwindigkeit von 0·4 *m* bewegt; wie groß ist die Geschwindigkeit beider Körper nach dem Stoße?

Zwei unelastische Körper mit den Massen $m = 2$ und $M = 3$ bewegen sich gegeneinander; die Geschwindigkeit des ersten ist 1·4 *dm*; wie groß muß die Geschwindigkeit des zweiten Körpers sein, wenn beide Körper nach dem Stoße in Ruhe verbleiben sollen?

34. Es sind die Gesetze des geraden Stoßes vollkommen elastischer Körper abzuleiten.

Sind zwei kugelförmige Massen M und m, welche sich mit der Geschwindigkeit C und c hintereinander bewegen, vollkommen elastisch und $C > c$, so wird beim Zusammentreffen beider Körper die hintere Kugel so lange drückend auf die vordere einwirken, bis beide die gemeinschaftliche Geschwindigkeit $u = \frac{MC + mc}{m + M}$ erlangt haben.

Durch den Druck während der Kompression hat sich die Gestalt beider Körper und ihre Geschwindigkeit geändert, indem die vordere Kugel um $(u - c)$ an Geschwindigkeit gewonnen, die hintere um $(C - u)$ an Geschwindigkeit verloren hat. In dem Augenblicke aber, als der Druck der beiden Körper aufeinander aufhört, tritt die Gegenwirkung der Elastizität ein. Infolge dieser Elastizität suchen beide Körper wieder ihre vorige Gestalt mit derselben Kraft anzunehmen, mit welcher sie sich eingedrückt haben. Dadurch übt die vordere Kugel nochmals einen Druck auf die hintere aus, so daß letztere einen abermaligen Verlust an Geschwindigkeit $(C - u)$ erfährt; gleichzeitig drückt aber auch die hintere Kugel auf die vordere, wodurch wieder die vordere an Geschwindigkeit $(u - c)$ gewinnt.

Bezeichnen V und v die Geschwindigkeiten der Massen M und m nach dem Stoße, dann ist:

$$V = C - 2(C - u) = 2u - C \text{ und}$$
$$v = c + 2(u - c) = 2u - c,$$

wobei u den obigen Wert hat.

Spezielle Fälle. 1. Für $M = m$ ist $V = c$ und $v = C$, d. h. zwei nach einerlei Richtung sich bewegende elastische Körper von gleichen Massen vertauschen während des Stoßes ihre Geschwindigkeiten.

2. Ist bei $M = m$ der eine Körper in Ruhe, also $c = o$, dann ist $V = o$ und $v = C$; d. h. stößt ein elastischer Körper senkrecht gegen einen gleich schweren ruhenden Körper, so ruht der stoßende und der gestoßene geht mit der Geschwindigkeit des stoßenden weiter.

3. Ist $c = o$ und m im Vergleiche zu M unendlich groß, wie z. B. eine Wand, dann ist $V = -C$ und $v = o$, d. h. stößt ein elastischer Körper senkrecht gegen eine elastische Wand, so kehrt er mit derselben Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung zurück.

4. Sind die Massen der beiden Körper ungleich und $c = o$, so ist $V = \frac{C(M-m)}{M+m}$ und $v = \frac{2MC}{M+m}$. Während v immer einen positiven Wert behält, ist V entweder positiv oder negativ, je nachdem $M > m$ oder $M < m$ ist.

Wenn eine größere Masse gegen eine kleinere ruhende stößt, so setzt sie diese in Bewegung und behält selbst noch einen Teil ihrer Geschwindigkeit bei; stößt aber eine kleinere Masse gegen eine größere, so setzt sie diese auch in Bewegung, prallt aber selbst in entgegengesetzter Richtung zurück.

5. Bewegen sich die Körper gegeneinander, so ist c negativ zu nehmen; dann ist $V = 2u - C$, $v = 2u + c$ und $u = \frac{MC - mc}{M+m}$; für $M = m$ ist $V = -c$ und $v = C$, d. h. sind die Massen zweier elastischer Körper gleich und bewegen sie sich gegeneinander, so vertauschen sie ihre Geschwindigkeiten und auch ihre Bewegungsrichtungen.

6. Beim Stoße vollkommen elastischer Körper geht an lebendiger Kraft nichts verloren.

Beweise.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Aus} & pt = m(v-c) = M(C-V) \\ \text{und} & \frac{v+c}{2} = \frac{C+V}{2}\end{array}\right\}\text{folgt: } \frac{m}{2}(v^2 - c^2) = \frac{M}{2}(C^2 - V^2)$$

$$\text{oder } \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} = \frac{MC^2}{2} + \frac{mc^2}{2}.$$

Eine vollkommen elastische Kugel von 3 *kg* Gewicht stößt an eine andere elastische Kugel von 2 *kg*; die Geschwindigkeit der ersten Kugel beträgt 1·75 *m*,

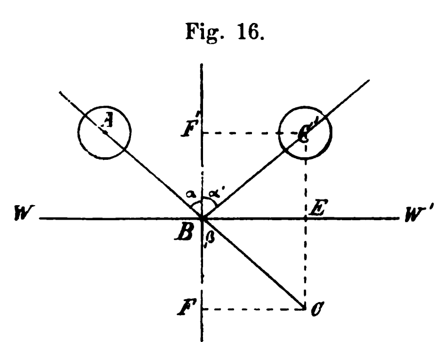
die der zweiten 0·8 *m*; wie groß ist die Geschwindigkeit nach dem Stoße, wenn sich die Kugeln α) nacheinander, β) gegeneinander bewegen?

Eine vollkommen elastische Kugel von 5 *kg* Gewicht und 0·6 *m* Geschwindigkeit stößt gegen eine ruhende Kugel von 4·6 *kg* Gewicht. Wie groß ist die Geschwindigkeit jeder der beiden Kugeln nach dem Stoße?

35. Es ist das Reflexionsgesetz für vollkommen elastische Körper nachzuweisen.

Stößt eine Kugel in der Richtung AB (Fig 16), also schief gegen die feste Ebene WW' und stellt BC ihre Geschwindigkeit dar, so läßt sich diese in die Komponenten BE und BF ($BF \perp WW'$) zerlegen; letztere Komponente wird, falls die Kugel und die Wand unelastisch ist, durch den Widerstand der Wand aufgehoben und die Kugel bewegt sich mit der Geschwindigkeit BE auf WW' weiter. Ist aber die Kugel und die Wand elastisch, so wird zwar BF im Augenblicke des Zusammendrückens aufgehoben, aber sofort durch die Elastizität in entgegengesetzter Richtung wieder erzeugt.

Fig. 16.



Macht man daher $BF' = BF$ und setzt diese mit BE zu einer Resultierenden zusammen, so gibt BC' die Geschwindigkeit und auch die Richtung an, in welcher sich der Körper nach dem Stoße bewegt. Eine solche Abänderung der Bewegungsrichtung heißt Reflexion.

Die Linie BF' heißt Einfallslot, $\sphericalangle ABF' = \alpha$ Einfallswinkel, $\sphericalangle F'BC' = \alpha'$ Reflexionswinkel. Aus $\triangle BF'C' \cong BFC$ folgt $\alpha' = \beta = \alpha$, d. h. beim Stoße eines elastischen Körpers gegen eine elastische Wand ist 1. der Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel. 2. Die durch diese zwei Winkel bestimmten Ebenen fallen in eine zusammen.

36. Es ist die Einrichtung einer hydraulischen Presse zu besprechen.

Die hydraulische oder Brahma'sche Presse (1797) besteht aus einem engen Zylinder, dem Druckzylinder, in welchem ein Kolben (Druckkolben) auf- und niederbewegt werden kann, und aus einem weiten, dem Preßzylinder, in welchem sich ein Preßkolben auf- und

abbewegen kann, der eine bewegliche Platte trägt. Beide Zylinder sind durch eine Röhre miteinander verbunden. Sind alle diese Teile bereits mit Wasser gefüllt und übt man auf den Druckkolben mit der Fläche f einen Druck p aus, so pflanzt er sich auf den Preßkolben (F) fort und hat dort den Wert x; nach dem Gesetze der gleichmäßigen Fortpflanzung des Druckes ist $x:p = F:f$, also $x = p\frac{F}{f} \ldots m)$.

Der Druck p auf den Druckkolben wird nicht direkt, sondern mit Hilfe eines einarmigen Hebels durch eine an dem längeren Hebelarm a wirkende Kraft P hervorgebracht. Ist der kürzere, dem Drucke p zukommende Hebelarm $= b$, so ist nach dem Hebelgesetze: $P.a = p.b$, somit $p = P\frac{a}{b} \ldots n)$.

Infolge der doppelten Druckvermehrung $m)$ und $n)$ ist es möglich, unter Aufwand einer geringen Arbeitskraft P einen sehr großen Druck $x = P\frac{a}{b}.\frac{F}{f}$ zu erzielen.

Für $r = 6\,mm$, $R = 120\,mm$, $P = 10\,kg$, $a = 1\,m$, $b = 0{\cdot}08\,m$ ist $x = 50.000\,kg$.

Anmerkung. Hydraulische Pressen werden benutzt zum Auspressen von Pflanzensäften, zum Glätten von Papier und Zeug, zum Zusammenpressen von Baumwolle, Heu; zur Prüfung der Festigkeit von Metallen, zum Biegen von starken Panzerplatten, zum Heben großer Lasten u. s. w.

37. Was versteht man unter dem hydrostatischen Paradoxon?

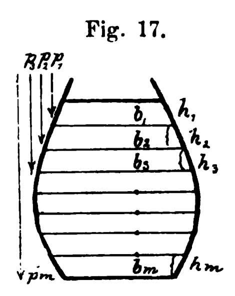
Unter dem hydrostatischen Paradoxon versteht man den Erfahrungssatz, daß der Druck, welchen der Boden eines mit einer Flüssigkeit gefüllten Gefäßes erfährt, gleich ist dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die gedrückte Fläche zur Grundfläche und den Abstand der Bodenfläche von der Flüssigkeitsoberfläche zur Höhe hat.

Befindet sich in einem prismatischen Gefäße mit vertikalen Wänden eine Flüssigkeit vom spezifischen Gewichte s, deren horizontale Oberfläche von der ebenfalls horizontalen Bodenfläche B um die Höhe h entfernt ist, so ist Bhs das Gewicht der im Gefäße enthaltenen Flüssigkeit. Dieses Gewicht stellt gleichzeitig den Druck P dar, welchen die Bodenfläche auszuhalten hat.

Bei einem anders gestalteten Gefäße denkt man sich die Flüssigkeitssäule in n horizontale Schichten von so geringer vertikaler

Ausdehnung $h_1\, h_2\, h_3 \ldots h_m$ (Fig. 17) zerlegt, daß jede als ein Prisma mit der Basis $b_1\, b_2\, b_3 \ldots b_m$ angesehen werden kann. Der Druck, welchen die Grundfläche der ersten Schichte erleidet: $p_1 = b_1\, h_1\, s$ pflanzt sich auf die Grundfläche der zweiten Schichte fort; bezeichnet x den fortgepflanzten Druck, so ist nach dem Gesetze der gleichmäßigen Fortpflanzung des Druckes

Fig. 17.



$$x : p_1 = b_2 : b_1, \text{ d. i } x = p_1 \frac{b_2}{b_1} = h_1\, b_2\, s.$$

Um den Gesamtdruck auf die Grundfläche der zweiten Schichte zu erhalten, haben wir zu x noch das Gewicht der zweiten Schichte $= b_2\, h_2\, s$ hinzuzuaddieren; danach ist

$$p_2 = h_1\, b_2\, s + b_2\, h_2\, s = b_2\, (h_1 + h_2)\, s.$$

Ebenso besteht der Druck auf b_3 aus dem Gewichte der dritten Schichte $= b_3\, h_3\, s$ und dem von der Grundfläche der zweiten Schichte fortgepflanzten Drucke; bezeichnet man letzteren mit y, so ist $y : p_2 =$ $= b_3 : b_2$ und

$$p_3 = b_3\, h_3\, s + p_2 \frac{b_3}{b_2} = b_3\, (h_1 + h_2 + h_3)\, s.$$

Durch analoge Fortsetzung erhält man

$$p_m = b_m\, (h_1 + h_2 + h_3 + \ldots h_m)\, s, \text{ d. i. } P = B \,.\, H \,.\, s.$$

Es ist also der hydrostatische Bodendruck von der Form des Gefäßes, mithin von der Flüssigkeitsmenge unabhängig. Der Bodendruck ist 1. gleich dem Gewichte der im Gefäße enthaltenen Flüssigkeit, wenn das Gefäß prismatisch oder zylindrisch ist; 2. kleiner als das Gewicht der Flüssigkeit, wenn das Gefäß nach oben sich erweitert und 3. größer als dieses Gewicht, wenn das Gefäß nach oben enger wird.

Experimenteller Nachweis mit dem Bodendruckapparat von Steflitschek.

Ein Gefäß hat die Form eines abgestutzten Kegels mit $B = 25\, cm^2$, $b = 16\, cm^2$ und $h = 12\, cm$; vergleiche das Gewicht des Wassers in diesem Kegelstumpfe mit dem Bodendrucke, wenn B, b die Basis ist.

38. Wie lautet das Gesetz über den Seitendruck der Flüssigkeiten?

Unter dem Seitendrucke versteht man den Druck, welchen eine Flüssigkeit auf ein nicht horizontal gelegenes Stück der Gefäßwand ausübt. Der Seitendruck ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die gedrückte Fläche zur Basis und die Entfernung des Schwerpunktes derselben von der Flüssigkeitsoberfläche zur Höhe hat.

Beispiel. Ein Gefäß aus Dauben von 1 *m* Höhe und 20 *cm* Breite trägt oben ein 5 *m* hohes Rohr und ist samt diesem mit Wasser gefüllt; wie groß ist der Druck auf eine Daube?

Auflösung. Die gedrückte Fläche $= 20\,dm^2$; der Abstand des Schwerpunktes der gedrückten Fläche vom Niveau $= 5{\cdot}5\ m = 55\ dm$, daher der Seitendruck $= 55 \times 20 = 1100\ kg$.

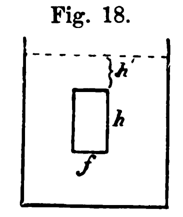
39. Es ist das Archimedische Prinzip zu erklären.

Der durch die Schwere in einer Flüssigkeit hervorgerufene Druck wirkt nicht nur nach unten und seitwärts, sondern auch nach aufwärts als sogenannter Auftrieb. Die Größe dieses Druckes erhält man durch folgenden Versuch:

Nimmt man einen Glaszylinder mit abgeschliffenen Rändern, an welche eine an einer Schnur befestigte Metallscheibe wasserdicht angedrückt werden kann, und bringt diese Vorrichtung in ein weites mit Wasser gefülltes Gefäß, so kann man die Schnur fallen lassen, ohne daß die Metallplatte herabfällt. Gießt man jetzt Wasser in den Zylinder, so fällt der Boden erst dann ab, wenn das eingegossene Wasser beinahe die Höhe der äußeren Wasseroberfläche erlangt hat. Die Größe des nach aufwärts gerichteten Druckes ist somit gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, deren Grundfläche die gedrückte Fläche und deren Höhe der Abstand der letzteren vom äußeren Niveau ist.

Taucht ein prismatischer Körper von der Grundfläche f und der Höhe h (Fig. 18) vertikal in eine Flüssigkeit, so erfährt er von allen Seiten einen Druck. Der Druck gegen seine vordere Fläche wird durch den gegen seine hintere Fläche, der gegen die linke Seitenwand durch den gegen die rechte Wand aufgehoben; der Druck auf die obere Fläche $fh's$ wirkt vertikal abwärts, während der auf die untere Fläche $f(h + h')\,s$ entgegenwirkt. Der Überdruck von unten nach oben oder der Auftrieb ist gleich der Differenz beider: $A = f(h + h')\,s - fh'\,s = fhs$, d. i. gleich dem Gewichte des verdrängten Flüssigkeitsvolumens.

Fig. 18.



Hat der eingetauchte Körper eine beliebige Gestalt, so kann man sich ihn stets in Prismen zerlegt denken, die eine vertikale Richtung haben.

Den Satz: Jeder in eine Flüssigkeit eingetauchte Körper verliert scheinbar so viel von seinem Gewichte als die verdrängte Flüssigkeit wiegt, nennt man das Archimedische Prinzip. Ist V das Volumen und S das spezifische Gewicht eines Körpers, den man

in eine Flüssigkeit mit dem spezifischen Gewichte s eintaucht, so ist $R = V(S - s)$ das scheinbare Gewicht des Körpers in der betreffenden Flüssigkeit.

a) Ist $S > s$, so ist die Resultierende R positiv; der Körper sinkt in der Flüssigkeit.

b) Ist $S = s$, so ist die Resultierende $R =$ Null; der Körper schwebt in der Flüssigkeit.

c) Ist $S < s$, so steigt der Körper so lange, bis der Auftrieb gleich dem Gewichte des Körpers wird; der Körper schwimmt dann auf der Flüssigkeit.

Wieviel kann jemand im luftleeren Raume heben, der im Wasser einen 150 *kg* schweren Stein mit dem spezifischen Gewichte $s = 2{\cdot}5$ heben kann?

Wie groß ist der Tiefgang einer auf dem Wasser ($s = 1{\cdot}01$) schwimmenden Eisscholle ($s' = 0{\cdot}9$) von 20 *cm* Dicke?

Um ein Schiff vom Meeresgrunde heraufzuheben, hat man $n = 24$ leere wasserdichte Fässer à $2{\cdot}5\ m^3$ Inhalt und 200 *kg* Gewicht an demselben befestigt und es dadurch gerade zum Steigen gebracht; wie groß ist das Gewicht des Schiffes, wenn das spezifische Gewicht des Meerwassers 1·028 beträgt?

Eine goldene Kette wiegt 196 *g*, im Wasser verliert sie 12 *g*; wie viel Gold ($S = 19{\cdot}25$) und Silber ($s = 10{\cdot}5$) enthält sie? $(154 + 42)$ *g*.

40. Wie bestimmt man die spezifische Dichte eines festen oder flüssigen Körpers?

Unter dem spezifischen Gewichte eines Körpers versteht man das Gewicht einer Volumseinheit desselben; je größer aber das Gewicht der Volumseinheit ist, desto größer ist die Masse in derselben. Die Masse in der Volumseinheit wird Dichte genannt. Die Dichten zweier Körper verhalten sich also wie ihre spezifischen Gewichte.

Aus $d : d' = s : s'$ folgt: $d' = \frac{s'}{s} d$.

Das Verhältnis zwischen dem spezifischen Gewichte einer Substanz und dem des Wassers, dessen Dichte bei $4^0\ C$ als 1 angenommen wird, wird spezifische Dichte dieser Substanz genannt. Die spezifische Dichte wird also durch eine unbenannte Zahl, das spezifische Gewicht durch eine benannte Zahl ausgedrückt. Weil aber auch das spezifische Gewicht des Wassers $= 1$ gesetzt wird, so ist $d' = s'$, d. h. das spezifische Gewicht eines festen oder flüssigen Körpers gibt an, wievielmal ein beliebiges Volumen eines Körpers so schwer ist als ein gleiches Volumen Wasser.

Aus q (absolutes Gewicht) $= vs$ und $q' = vs'$ folgt: $q : q' = s : s' = d : d'$.

Wird dies berücksichtigt, so gibt die Gleichung: $d' = \frac{s'}{s} = \frac{q'}{q}$ den Satz: man findet die spezifische Dichte oder das spezifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht eines gleich großen Wasserkörpers, d. i. durch den Gewichtsverlust im Wasser dividiert. Die Bestimmung des Quotienten: $\frac{\text{absolutes Gewicht des Körpers}}{\text{Gewichtsverlust im Wasser}}$ geschieht bei festen Körpern mit der hydrostatischen Wage, bei flüssigen Körpern entweder mit der hydrostatischen Wage oder mit dem Pyknometer.

Ein Stück *Zn* von 21 *g* wiegt im Wasser 18 *g*; wie groß ist das spezifische Gewicht des *Zn*?

Eine Glaskugel wiegt in der Luft 2·27 *g*, im Wasser 1·54 *g* und in Äther 1·73 *g*, wie groß ist danach das spezifische Gewicht des Äthers?

41. Wie bestimmt man das spezifische Gewicht eines Körpers, der am Wasser schwimmt oder der sich im Wasser auflöst?

1. Man verbindet den Körper, der am Wasser schwimmt, z. B. ein Holzstück mit dem absoluten Gewicht q, mit einem so schweren Metallstücke (z. B. mit Blei), daß beide zusammen im Wasser untersinken und bestimmt den Gewichtsverlust (V) beider; sodann bestimmt man den Gewichtsverlust (v) des Bleistückes und findet durch Subtraktion $V - v$ den Gewichtsverlust des Holzes.

Der Quotient $\frac{q}{V-v}$ gibt das gesuchte spezifische Gewicht.

Ein Stück Holz von 12·45 *g* wird mit 22·7 *g* Blei ($S = 11{\cdot}35$) verbunden; wie groß ist das spezifische Gewicht des Holzes, wenn der Gewichtsverlust beider Körper im Wasser 21·2 *g* beträgt?

2. Man bestimmt zuerst den Gewichtsverlust des Körpers (K) in einer anderen Flüssigkeit mit dem spezifischen Gewicht s, in welcher sich der Körper nicht auflöst, z. B. in Petroleum (P), und verfährt nach der folgenden Formel:

Spez. Gew. $= \frac{K}{W} = \frac{K}{P} \cdot \frac{P}{W} = \frac{K}{P} \cdot s$, d. h. man bestimmt zunächst die Dichte in Bezug auf Petroleum und hat das so erhaltene Resultat dadurch zu korrigieren, daß man es mit dem spezifischen Gewichte der benutzten Hilfsflüssigkeit multipliziert.

Ein Stück Steinsalz von 25 *g* wiegt im Rüböl 15 *g*; wie groß ist das spezifische Gewicht des Steinsalzes, wenn das des Rüböls 0·91 beträgt?

42. Welcher Unterschied besteht zwischen einem Volumeter und einem Skalenaräometer?

Ein Volumeter dient zur Berechnung, ein Skalenaräometer zur direkten Ablesung des spezifischen Gewichtes einer Flüssigkeit; beide haben dasselbe äußere Aussehen und unterscheiden sich durch die Skala.

Das Volumeter und auch das Skalenaräometer besteht aus einer längeren, überall gleich dicken Spindel aus Glas, die sich unten etwas erweitert und in eine zum Teile mit Hg gefüllte Kugel endet, so daß der Apparat beim Schwimmen stets im stabilen Gleichgewichte sich befindet. Bringt man diese Glasspindel nacheinander in zwei verschiedene Flüssigkeiten, so wird sie in der einen (mit dem spezifischen Gewichte s_1) mit dem Volumen v_1, in der andern (mit dem spezifischen Gewichte s_2) mit dem Volumen v_2 eintauchen.

Das konstante Gewicht Q dieses Körpers ist nach dem Gesetze für das Schwimmen eines Körpers ausgedrückt durch $Q = v_1 s_1 = v_2 s_2$; mithin $v_1 : v_2 = s_2 : s_1$, d. h. die Volumina, mit welchen ein und derselbe Körper in verschiedenen Flüssigkeiten schwimmt verhalten sich umgekehrt wie die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten.

Ist $s_1 = 1$, also v_1 das Volumen, bis zu welchem die Glasspindel im Wasser eintaucht, so kann man dieses Volumen v_1 durch eine beliebige Zahl, z. B. durch 100 ausdrücken und den 100sten Teil als Volumseinheit auf die Spindel auftragen.

Die Spindel mit dieser Volumseinteilung wird Volumeter (Gay-Lussac 1824) genannt.

Aus $100 : v_2 = s_2 : 1$ erhält man $s_2 = \frac{100}{v_2}$.

Um die vorstehende Rechnung überflüssig, also aus dem Volumeter ein Skalenaräometer zu machen, schreibt man an der Stelle des Wasserpunktes statt der Zahl 100 die Zahl 1. Wo früher die Zahl 80 stand, hat man nach $s_2 = \frac{100}{80} = \frac{5}{4} = 1{\cdot}25$ die Zahl 1·25 und an Stelle der Zahl 120 $\frac{100}{120} = 0{\cdot}83$ zu setzen. Will man also das spezifische Gewicht der Flüssigkeiten bis auf 0·01 genau direkt ablesen, so hat man die 20 Volumteile vom Wasserpunkte nach aufwärts in $100 - 83 = 17$ und die 20 Volumteile vom Wasserpunkte nach abwärts in $125 - 100 = 25$ Teile einzuteilen. Man er-

sieht daraus, daß die Teilstriche am Skalenaräometer nach unten zu dichter sind.

Alkoholometer, Milchwage.

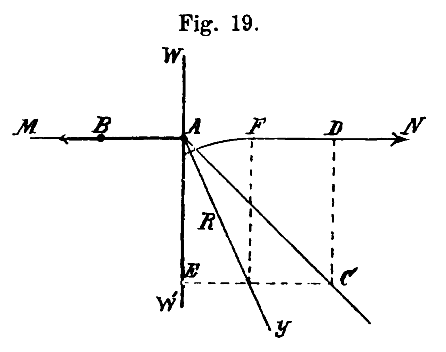
43. Welchen Einfluß hat die Gefäßwand auf die Oberfläche der im Gefäße befindlichen Flüssigkeit?

Wird eine weite Röhre nacheinander in verschiedene Flüssigkeiten eingetaucht, so befindet sich die Flüssigkeitsoberfläche innerhalb der Röhre in derselben Horizontalebene wie außerhalb derselben; nur unmittelbar an der Röhrenwand verlassen die Flüssigkeitsteilchen die Horizontalebene und lagern sich entweder etwas mehr nach oben oder nach unten, je nachdem die Flüssigkeit das Röhrenmaterial benetzt oder nicht.

Diese Erscheinung erklärt sich aus dem Zusammenwirken der Kohäsion der Flüssigkeitsteilchen und der Adhäsion zwischen den Teilchen des festen Körpers und den Flüssigkeitsteilchen.

Ist WW' (Fig. 19) eine feste Wand (des Gefäßes oder der Röhre) und A ein an der Oberfläche liegendes Flüssigkeitsteilchen, so wird es durch die im Raume NAW' gleichmäßig verteilten Teilchen durch die Kohäsion nach der Richtung AC hingezogen, welche den Winkel NAW' halbiert. Vermöge der Adhäsion aber wird A von den Teilchen der Wand WW' angezogen; diese Kraft AB steht auf dem kleinen Wandstücke senkrecht. AB und AC geben eine Resultierende, von deren Richtung die Form der Flüssigkeitsoberfläche in der Nähe der Wand abhängt; denn die Oberfläche muß auf der Resultierenden senkrecht stehen.

Fig. 19.

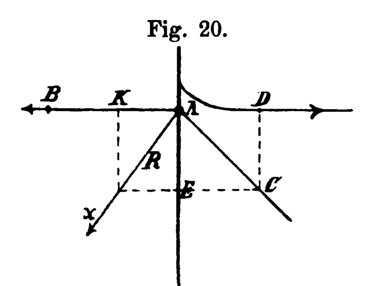


Denken wir uns AC in die rechtwinkligen Komponenten AE und AD zerlegt, so daß AE im Sinne der Schwerkraft, AD der Kraft AB entgegenwirkt. Ist nun $AD = AB$, so ist AE die alleinige auf die Teilchen bei A wirkende, nach abwärts gerichtete Kraft; die Oberfläche der Flüssigkeit bleibt eben.

Ist $AD > AB$ (d. h. ist die Kohäsion der Flüssigkeitsteilchen bedeutend größer als die Adhäsion der Flüssigkeitsteilchen zur

Wandsubstanz), so setzt sich die Kraftdifferenz $AD - AB = AF$ mit AE zu einer Resultierenden in der Richtung Ay zusammen, welche die Teilchen bei A nach dem Innern der Flüssigkeit zieht und eine konvexe Form der Flüssigkeit an der Wand verursacht.

Fig. 20.



Ist $AD < AB$, so verursacht die Zusammensetzung der Kraftdifferenz $AB - AD = AK$ (Fig. 20) mit AE zu einer Resultierenden in der Richtung Ax, so daß die Teilchen bei A zur Wand hingezogen werden und eine konkave Oberfläche bilden.

44. Von welchen Größen ist die Oberflächenspannung der Flüssigkeiten abhängig?

Jedes Flüssigkeitsmolekül wird bis zu einer gewissen nicht meßbaren Entfernung von den benachbarten Molekülen angezogen. Ist r der Radius der Anziehungssphäre, so wird ein mindestens bis zur Tiefe r eingetauchtes Molekül m (Fig. 21) von allen Seiten gleich stark angezogen: es befindet sich im Gleichgewichte. Ein weniger tief eingetauchtes Molekül m_1 oder ein an der Oberfläche befindliches m_2 wird aber nach unten stärker angezogen. Die oberste sehr dünne Wasserschichte wird infolgedessen gegen die untere gedrückt und befindet sich deshalb in einem Zustande der Verdichtung. (Angefettete Nadel, das Laufen mancher Insekten über die Wasseroberfläche.) Den Druck (p), welchen das ebene Flüssigkeitshäutchen auf die untere Flüssigkeit ausübt, nennt man den Normaldruck oder die Oberflächenspannung.

Fig. 21.

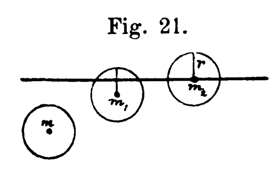
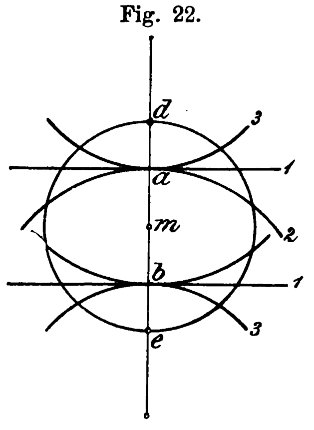


Fig. 22.



Diese Oberflächenspannung ist bei einer konkaven Oberfläche kleiner, bei einer konvexen Oberfläche größer als bei einer ebenen Oberfläche. Geht nämlich die Oberfläche der Flüssigkeit durch a (Fig. 22), so heben sich die Kräfte, welche m in der Zone ma 1 nach oben und in der Zone mb 1 nach unten ziehen, auf, während die Anziehung des

Segmentes 1 *be* als Kraft *p* übrig bleibt. Ist die durch *a* gehende Flüssigkeitsoberfläche konkav (*a* 3) oder konvex (*a* 2), so ist der wirksam bleibende Teil der Sphäre im ersten Falle 3 *be*, also kleiner, im zweiten Falle 2 *bc*, also größer als bei ebener Oberfläche. Da ferner die Abnahme oder Zunahme des wirksamen Segmentes um so größer wird, je kleiner der Krümmungsradius (ϱ) ist, so ist auch die Veränderung der Oberflächenspannung dem Krümmungsradius umgekehrt proportional; also im allgemeinen: Oberflächenspannung $P = p \mp \frac{C}{\varrho}$, wo C eine Konstante bedeutet.

45. Welche Erscheinungen lassen sich aus der verschiedenen Oberflächenspannung erklären?

Aus der verschiedenen Oberflächenspannung ist *a*) die Kapillarelevation und Kapillardepression in engen Röhren und *b*) die Bewegung eines Flüssigkeitstropfens in einem horizontal liegenden kegelförmigen Haarröhrchen zu erklären.

a) Taucht man ein enges Röhrchen in eine dasselbe benetzende Flüssigkeit, so krümmt sich die Oberfläche derselben in ihm konkav, der Druck der Oberfläche nach unten ist kleiner als der an der ebenen Oberfläche im weiten Gefäße; die Flüssigkeit muß in dem Röhrchen steigen. Bei einer konvexen Oberfläche ist es umgekehrt.

b) In horizontal liegenden kegelförmigen Röhrchen bewegt sich ein Flüssigkeitstropfen (Wasser) gegen die Spitze, wenn er Kapillarelevation, und von der Spitze weg (Quecksilber), wenn er Kapillardepression zeigt, weil in beiden Fällen im engeren Röhrenteil der Krümmungsradius der Flüssigkeitsoberfläche kleiner ist als im weiteren.

An der Oberfläche gegen die Spitze zu beträgt die Oberflächenspannung $P_1 = p \mp \frac{C}{\varrho}$ und an der zweiten Oberfläche $P_2 = p \mp \frac{C}{\varrho + x}$. Es ist also bei konkaver Oberfläche $P_1 < P_2$,
bei konvexer Oberfläche $P_1 > P_2$.

Auf einer Flüssigkeit schwimmende Körper ziehen sich an, wenn auf beiden Elevation oder Depression stattfindet, stoßen sich aber ab, wenn die Flüssigkeit von dem einen Körper attrahiert, von dem anderen deprimiert wird.

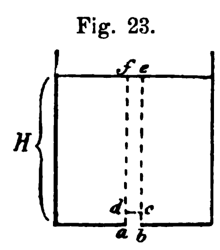
46. Wie lautet das Torricelli'sche Ausflußgesetz?

Das Torricelli'sche Theorem lautet: Wenn eine Flüssigkeit aus einer sehr kleinen Boden- oder Seitenöffnung eines Gefäßes ausfließt,

so ist die Ausflußgeschwindigkeit gleich der Geschwindigkeit, welche ein vom Niveau bis zur Öffnung frei fallender Körper erreicht; also $v = \sqrt{2gh}$, wo h die sogenannte Druckhöhe bedeutet.

Es sei *abcd* (Fig. 23) eine dünne Schichte unmittelbar an der Öffnung vom Querschnitte q; durch ihr eigenes Gewicht in Bewegung gesetzt, würde sie in der Zeit, welche sie braucht, um den Weg da zurückzulegen, die Geschwindigkeit $v = \sqrt{2g \,.\, ad}$ erlangen. Da sie aber auf diesem Wege nicht bloß durch ihr eigenes Gewicht, sondern auch noch durch den Druck der darüber lastenden Säule *dcef*, insgesamt also durch das Gewicht der vertikal über der Öffnung befindlichen Flüssigkeitssäule getrieben wird, so muß die Akzeleration eine andere $= g'$ und die wahre Geschwindigkeit: $v = \sqrt{2g' \,.\, ad}$ sein. Aus $g' : g = af : ad$, folgt $g' \,.\, ad = g \,.\, af$, mithin $v = \sqrt{2g \,.\, af} = \sqrt{2g \,.\, h}$.

Fig. 23.



Dieses Torricelli'sche Theorem lehrt, daß die Ausflußgeschwindigkeit nicht von der Natur der Flüssigkeit und nicht von der Form der Öffnung abhängig ist.

Quecksilber übt wohl einen 13·6fachen Druck aus — wie Wasser —, hat aber eine 13·6fache Masse in Bewegung zu setzen.

Aus einer wagrechten Röhre, welche 1·25 *m* über der Horizontalebene gelegen ist, fließt ein Wasserstrahl aus, welcher die horizontale Ebene in einer Entfernung von 1·5 *m* trifft. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Strahles und wie hoch steht die Wassersäule über der Ausflußöffnung?

47. Was ist über die Menge der aus einer Öffnung ausfließenden Flüssigkeit zu bemerken?

Da (nach dem Torricelli'schen Theorem) die Ausflußgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ ist, so fließt in 1 Sekunde ein Flüssigkeitsprisma vom Querschnitte q und der Länge v aus; nach der Zeit t ist die Ausflußmenge $M = qt\sqrt{2gh}$. Die so berechnete „theoretische" Ausflußmenge wird in Wirklichkeit nicht erreicht. Die Ursache dieser Erscheinung ist die, daß infolge des seitlichen Zuströmens der Flüssigkeit die Geschwindigkeit in der Mitte des Strahles größer ist, als am Rande und dadurch eine Zusammenziehung oder Kontraktion des Strahles stattfindet. Die wirkliche Ausflußmenge beträgt wegen der Kontraktion des Strahles nur ungefähr 64% der theoretischen; es ist somit $M = 0{\cdot}64\, qt\sqrt{2gh}\, cm^3$, wenn g und h in *cm* und q in cm^2 ausgedrückt wird.

46. Wie bestimmt man die Größe des Luftdruckes?

Die atmosphärische Luft (ein Gemenge von 79 Teilen Stickstoff und 21 Teilen Sauerstoff, dem noch Wasserdampf und eine geringe Menge von Kohlensäure beigemischt ist) umgibt die Erde bis zu einer Entfernung von ungefähr 80 *km* und nimmt an der Achsendrehung der Erde teil.

Wenn auch die Luft 773mal leichter ist als Wasser und nach oben hin immer noch leichter wird, so ist doch das Gewicht der Atmosphäre oder der Druck auf ihre Unterlage wegen ihrer großen Höhe bedeutend.

Um diesen atmosphärischen Druck zu messen, nimmt man eine etwa 80 *cm* lange und an dem einen Ende offene Glasröhre, füllt sie mit Quecksilber, schließt die Öffnung mit dem Finger und führt sie in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß. Zieht man den Finger hinweg, so sinkt das Quecksilber in der Röhre so, daß es ungefähr 76 *cm* über der Oberfläche des im Gefäße befindlichen Quecksilbers steht.

Hieraus folgt in Verbindung mit dem Gesetze kommunizierender Gefäße, daß der atmosphärische Druck gleich dem einer Quecksilbersäule von 76 *cm* Höhe ist (Torricelli 1643).

Hat die Glasröhre eine Grundfläche von 1 cm^2, dann enthält die Quecksilbersäule 76 cm^3; nun wiegt 1 cm^3 Quecksilber 13·59 *g*, mithin beträgt das Gewicht der ganzen Quecksilbersäule $13{\cdot}59\,g \times 76 =$ $= 1{\cdot}033\,kg$.

Man nennt diesen Druck von 1·033 *kg* auf 1 cm^2 den normalen atmosphärischen Druck oder den Druck einer Atmosphäre; er dient als technisches Maß für die Expansivkraft der Gase und Dämpfe.

Anmerkung. Daraus, daß der Luftdruck nur einer Quecksilbersäule von 76 *cm* Höhe das Gleichgewicht zu halten vermag, geht hervor, daß die Luftmenge wirklich eine begrenzte ist.

Warum läßt sich zu dem Torricellischen Versuche nicht Wasser anwenden und wie hoch würde die Atmosphäre reichen, wenn sie überall dieselbe Dichte hätte als an der Erdoberfläche?

Wie groß ist der Druck auf einen Dampfkolben von 5 *dm* Durchmesser, wenn der Dampf mit 2 Atmosphären arbeitet?

Eine wie hohe Wassersäule kann beim Barometerstand von 740 *mm* durch den Luftdruck gehoben werden?

Wie hoch würde die Atmosphäre sein, wenn ihre Schwere allein durch die Zentrifugalkraft aufgehoben werden sollte?

In der Entfernung des Erdradius $r = 1$ ist die Zentrifugalbeschleunigung $\gamma_0 = 0{\cdot}03\, m$; für die Entfernung x, in welcher die Zentrifugalkraft = der Schwerkraft ist, besteht die Gl. $0{\cdot}03\, x = \frac{9{\cdot}81\, m}{x^2}$; daraus folgt $x = 6{\cdot}6$, d. h. in der Entfernung von $5{\cdot}6\, r$ von der Erdoberfläche aus ist die Luft unmöglich.

49. Welche Apparate dienen zur Messung des Luftdruckes?

Jedes Instrument, mit welchem man den herrschenden Luftdruck messen kann, nennt man ein Barometer. Man unterscheidet *A*) Quecksilberbarometer und *B*) Metallbarometer.

A. Die Quecksilberbarometer sind nur Abänderungen des Torricellischen Versuches. Ein gutes Quecksilberbarometer muß folgende Bedingungen erfüllen: 1. Der Raum über dem Quecksilber (*Hg*) und das Quecksilber selbst müssen vollkommen luftleer sein; das letztere erreicht man durch Auskochen des *Hg*. 2. Das *Hg* muß chemisch rein sein, denn sonst ist sein spezifisches Gewicht kleiner und die von der Luft gehobene Säule zu hoch. 3. Die Röhre muß weit genug sein, damit die Kapillardepression auf ein Minimum reduziert wird. 4. Die Höhe der Quecksilbersäule muß sich sehr genau, etwa auf 0·1 *mm* bestimmen lassen (Nonius).

a) Beim Birnbarometer (Zimmerbarometer) besteht der kürzere offene Schenkel aus einem birnförmigen Gefäße, dessen Querschnitt bedeutend größer ist als der der übrigen Röhre. Dadurch kann der Stand des *Hg* in der Birne als unveränderlich und als Nullpunkt der Skala angenommen werden. Der mit der Quecksilberkuppe in der Röhre zusammenfallende Skalenteilstrich gibt den Barometerstand an.

b) Beim Gefäßbarometer von Fortin ragt die Torricellische Röhre in einen Glaszylinder, der oben mit einem Deckel verschlossen und unten an einem Hohlzylinder befestigt ist, dessen Boden aus einem mittelst einer Schraube beweglichen elastischen Sacke besteht. Hiedurch kann man den Quecksilberspiegel genau auf der Höhe erhalten, welche durch die Spitze (Nullpunkt der Skala) einer von oben hereinragenden Elfenbeinspitze markiert ist. Der jetzt abgelesene Barometerstand ist genauer wie bei *a*).

c) Das vollkommenste Barometer ist das Heberbarometer, welches aus einer heberförmig gekrümmten Röhre besteht, deren längerer Schenkel geschlossen und deren kürzerer Schenkel offen ist. Der Nullpunkt der Skala befindet sich zwischen den beiden Quecksilberoberflächen; die Summe der nach oben und unten mittelst Nonien abgelesenen Teile gibt den richtigen Barometerstand an.

Anmerkung. Man pflegt (zur Vergleichung der Barometerstände an zwei verschiedenen Orten) alle abgelesenen Barometerstände auf $0^0\, C$ zu reduzieren,

d. h. man berechnet aus der beobachteten Länge der Quecksilbersäule und aus der Temperatur derselben diejenige Länge, welche diese Quecksilbersäule annehmen würde, wenn ihre Temperatur = 0^0 wäre.

B. Bequemer als die zerbrechlichen Quecksilberbarometer sind die Metallbarometer. Bei diesen schätzt man den Luftdruck nach den Veränderungen, welche er an elastischen, luftleeren Metallgefäßen hervorbringt. Man unterscheidet zwei Formen:

1. Das Aneroidbarometer von Vidi, eine luftleere Metalldose, deren Deckel durch ein elastisch federndes, wellenförmig gebogenes Blech gebildet wird. Die sehr geringen Verschiebungen, welche der Deckel bei den Änderungen des Luftdruckes erleidet, werden durch geeignete Hebelübersetzungen mittelst eines Zeigers sichtbar gemacht.

2. Das Metallbarometer von Bourdon, ist eine ringförmig gebogene, beiderseits geschlossene Röhre. Bei Verstärkung des Luftdruckes wird die äußere Fläche des Ringes stärker gepreßt als die innere, da sie dem Luftdruck eine größere Oberfläche darbietet. Der Ring krümmt sich und überträgt seine Änderungen durch ein Gelenk auf ein Zahnrad und schließlich auf einen Zeiger. Die Eichung der Skala erfolgt empirisch, d. h. durch Vergleichung mit einem Quecksilberbarometer.

50. Wie überzeugt man sich von der Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes?

Das Mariotte'sche Gesetz lautet: Die Expansivkraft eines Gases steht bei gleichbleibender Temperatur mit seiner Dichtigkeit im geraden, daher mit dem Volumen im umgekehrten Verhältnisse.

a) Um das Mariottesche (1676) Gesetz für verdichtete Luft nachzuweisen, nimmt man eine genau kalibrierte heberförmig gebogene Glasröhre, deren kürzerer Schenkel bei *A* verschließbar und deren längerer Schenkel bei *B* trichterförmig erweitert ist, und läßt, während der Hahn bei *A* offen ist, soviel Quecksilber hineingießen, bis es in den beiden Schenkeln beim Nullpunkte der Skala steht. Nun verschließt man *A* luftdicht und läßt bei *B* so lange Quecksilber nachgießen, bis das abgesperrte Luftvolumen auf die Hälfte des ursprünglichen Volumens zusammengedrückt worden ist und findet so bei Messung der Differenz zwischen der Quecksilbersäule im längeren und der im kürzeren Schenkel, daß sie gerade der stattfindenden Barometerhöhe gleich ist. Die auf die Hälfte ihres ursprünglichen Volumens zusammengedrückte Luft hält somit einem Drucke das Gleichgewicht, welcher gleich dem doppelten des ur-

sprünglichen ist, nämlich dem Drucke der Luft plus dem Drucke der Quecksilbersäule.

Wird durch weiteres Nachgießen von Quecksilber das ursprünglich abgesperrte Luftvolumen auf $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \ldots$ gebracht, so übt die komprimierte Luft einen Druck von 3, 4, 5 Atmosphären aus: es ist also $e : e_1 = d : d_1 = v_1 : v$ oder $ev = e_1 v_1 =$ konstant.

Bei leicht koerziblen Gasen findet das Gesetz dann nicht mehr statt, wenn der Druck nahe so groß wird als jener, bei dem das Gas in den tropfbaren Zustand übergeht. Auch die schwer koerziblen Gase zeigen unter sehr hohem Drucke Abweichungen davon, und zwar in der Weise, daß bei allen Gasen außer Wasserstoff, *ev* kleiner wird, wenn *e* sehr groß wird, d. h. sie geben größeren Druckkräften mehr nach als kleineren.

b) Um das Mariotte'sche Gesetz für verdünnte Luft nachzuweisen, bedarf man eines weiten, hohen mit Quecksilber gefüllten Glasgefäßes und einer kalibrierten, graduierten, mit einem Hahne verschließbaren Glasröhre. Man taucht zuerst die Röhre (mit offenem Hahn) in das Quecksilber, bis dasselbe bei einem beliebigen Teilstriche innen und außen gleich hoch steht. Dann schließt man den Hahn und hat dadurch eine abgeschlossene Luftmenge von der Spannung der Atmosphäre. Zieht man nun die Röhre aus dem Quecksilber so hoch heraus, daß die abgesperrte Luft den 2-, 3fachen Raum einnimmt, so wird das Quecksilber in der Röhre auf 38, bezüglich $50^2/_3$ *cm* gestiegen sein. Hieraus geht hervor, daß die innere Luft nur noch $^1/_2$, bezüglich $^1/_3$ Atmosphäre Spannkraft besitzt.

Wie hoch steht das *Hg* im offenen Schenkel der Mariotteschen Röhre für verdichtete Luft, wenn es im geschlossenen, in 12 *cm* eingeteilten Schenkel von 0 auf 7 gestiegen ist?

Wenn man bei dem bekannten Versuche für die Undurchdringlichkeit der Luft ein umgestülptes Glas 40 *cm* tief unter Wasser drückt, welchen Raum nimmt dann die Luft ein?

51. Wie lautet das Gay-Lussac'sche Gesetz?

Das Gay-Lussac'sche Gesetz (1802) lautet: Die Expansivkraft eines Gases ist beim konstanten Volumen von der Temperatur abhängig, und zwar nach der Formel: $E = e_0 (1 + \alpha t)$, wo $\alpha = \frac{1}{273}$ den Ausdehnungskoeffizienten des Gases bedeutet. Dasselbe läßt sich auf folgende Art leicht beweisen: Wird das durch einen Quecksilberfaden von der äußeren Luft abgesperrte Gasvolumen v_0 von der Temperatur 0^0 auf t^0 erwärmt, so nimmt es das Volumen $v = v_0 (1 + \alpha t)$

ein, wobei der innere Druck gleich dem äußeren $= e_0$ ist. Soll aber das Volumen des abgesperrten Gases unverändert bleiben, so muß der Quecksilberfaden durch Vergrößerung des äußeren Druckes, also künstlich durch einen ausgeübten Druck auf den Nullpunkt zurückgeschoben werden; dadurch wächst auch der innere Druck; aus e_0 wird E. Aus den zusammengehörigen Größen $\left.\begin{matrix} v \ldots e_0 \\ \text{und } v_0 \ldots E \end{matrix}\right\}$ folgt nach dem Mariotteschen Gesetze: $v : v_0 = E : e_0$ und, wenn v durch $v_0 (1 + \alpha t)$ ersetzt wird, $E = e_0 (1 + \alpha t)$.

Unter der Annahme, daß diese Gleichung uneingeschränkt gelte, ergibt sich aus ihr, daß für $1 + \alpha t = 0$, d. i. für $t = -\frac{1}{\alpha} = -273^\circ$ die Expansivkraft der Gase verschwindet. Man nennt diese Temperatur den **absoluten Nullpunkt** und die von ihm aus gezählte Temperatur: $273 + t$ die **absolute** Temperatur.

Eine Gasmasse hat bei $10^\circ C$ die Expansivkraft 720 *mm*; wie groß ist der Druck, wenn das Gas bei gleichbleibendem Volumen auf 25° erhitzt wird?

52. Es ist das vereinigte Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz abzuleiten.

Das Mariotte'sche Gesetz gibt uns die Beziehung zwischen Volumen und Druck eines Gases bei konstanter Temperatur, das Gay-Lussac'sche Gesetz diejenige zwischen Volumen und Temperatur eines Gases bei konstantem Drucke. Beide lassen sich in ein einziges Gesetz vereinigen. Besitzt eine Gasmasse bei der Temperatur t_0 und dem Drucke e_0 das Volumen v_0, bei einer Temperatur von t und dem Drucke e dagegen das Volumen v, so ist

$$\left.\begin{array}{ll} 1. \ldots & e_0 : e = v : v_0 \\ 2. \ldots & = (1 + \alpha t_0) : (1 + \alpha t) \end{array}\right\},$$

daher $e_0 : e = v(1 + \alpha t_0) : v_0 (1 + \alpha t)$ oder $\frac{e_0 v_0}{1 + \alpha t_0} = \frac{e v}{1 + \alpha t}$.

Diese Gleichung führt den Namen des Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetzes.

Ein Gas befindet sich unter den Normalverhältnissen der Temperatur und des Druckes, wenn es bei $0^\circ C$ unter einem Drucke von 760 *mm* steht. Das auf die Normalverhältnisse reduzierte Volumen ist also: $v_0 = \frac{ev}{760 (1 + \alpha t)}$.

Beispiel. Wie schwer sind 5 *l* Luft von $20^\circ C$ und 740 *mm* Druck?

Auflösung. Das auf die Normalverhältnisse reduzierte Volumen beträgt:

$$\frac{740 \times 5}{760 \,.\, (1 + 0{\cdot}00366 \times 20)} = \frac{185}{38\,(1{\cdot}0732)} = \frac{185}{40{\cdot}7816} = 4{\cdot}536\ dm^3.$$

Da nun 1 dm^3 Luft von 0^0 und 760 *mm* Druck 1·29 *g* wiegt, so beträgt das fragliche Gewicht $(1{\cdot}29 \times 4{\cdot}536)\ g$.

53. Nach welchem Gesetze verändert sich die Dichte der Luft im Rezipienten einer Kompressionspumpe?

Die Kompressionspumpe in ihrer einfachsten Gestalt besteht aus einem inwendig glatt ausgeschliffenen Zylinder, Stiefel genannt, in welchem ein luftdicht anschließender Kolben auf und nieder bewegt werden kann. Das untere Ende des Stiefels hat ein nach außen sich öffnendes Ventil; im oberen Teile des Zylinders befindet sich eine Seitenöffnung.

Wird nun der Stiefel an den Rezipienten (R) angeschraubt, so wird beim Niederdrücken des Kolbens die Luft aus dem Stiefel V durch das Ventil in R gedrängt und so die Luft in diesem verdichtet. Sobald die Bewegung des Kolbens gegen R hin aufhört, schließt sich das Ventil infolge des Überdruckes der inneren Luft und läßt die eingetriebene Luft nicht wieder zurücktreten. Zur weiteren Verdichtung wird der Kolben so weit zurückgezogen, daß der Stiefel sich durch die Seitenöffnung wieder mit Luft anfüllen und nun eine neue Luftmenge in den Rezipienten getrieben werden kann.

Das mit n Kolbenstößen übergeführte Luftquantum von der Dichte d der äußeren Luft beträgt nV; da vor dem Versuche auch der Rezipient R Luft von der Dichte d enthielt, so wird das Luftvolumen $R + nV$ von der Dichte d auf den Rauminhalt R gebracht; dadurch wird die Dichte größer, nämlich $D = \frac{R + nV}{R} d$.

Die Dichte D wächst (mit n) in einer arithmetischen Progression; die Differenz der Reihe beträgt $\frac{Vd}{R}$.

Die Luftverdichtung kann mit wachsendem n nicht ins Unendliche fortgesetzt werden; sie erreicht bald eine gewisse Grenze, und zwar dann, wenn die im schädlichen Raume v (der Raum zwischen dem Boden des Stiefels und dem Ventile) zurückgebliebene Luftmenge von der Dichte D beim Aufziehen des Kolbens sich im Stiefel und dem schädlichen Raume ausbreitet und die Dichte d der äußeren Luft erreicht; es ist dann $D = \frac{V + v}{v}$ d.

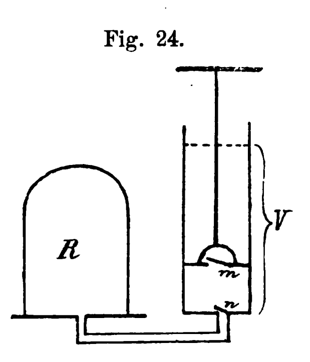
Aus $\frac{R + nV}{R} = \frac{V + v}{v}$ bestimmt sich der größte Wert von n.

Eine Druckpumpe hat zum Rezipienten eine Kugel von $2r = 18\,cm$ lichtem Durchmesser; der Stiefel ist ein Zylinder von $h = 40\,cm$ nutzbarer Länge und einer inneren Weite $2\rho = 1{\cdot}6\,cm$. Wie viel Kolbenstöße sind erforderlich, damit der Druck auf 4 Atmosphären gebracht werde?

54. Nach welchem Gesetze verändert sich die Dichte der Luft im Rezipienten einer Verdünnungsluftpumpe?

Bei den Ventilluftpumpen befindet sich am Boden des Stiefels ein nach oben sich öffnendes Ventil und im Kolben auch ein Ventil, welches sich nach außen öffnet. Wird der Kolben emporgezogen, so wird das Kolbenventil *m* (Fig. 24) durch den Druck der atmosphärischen Luft geschlossen und unter dem Kolben entsteht ein luftleerer Raum; durch das Ventil *n* tritt die Luft aus dem Rezipienten in den Stiefel ein. Drückt man den Kolben herab, so schließt sich das Ventil *n*, die im Stiefelraume befindliche Luft wird zunächst verdichtet, öffnet durch den größeren Druck das Ventil *m* und tritt ins Freie.

Fig. 24.



Das Ventil *n* ist ein Stöpselventil und wird beim Hinaufziehen des Kolbens geöffnet, beim Niederdrücken geschlossen.

Indem sich das Volumen R des Rezipienten bei jedem Kolbenzuge auf das Volumen $R + V$ erweitert, vermindert sich die Dichte d auf δ_1.

Aus $\delta_1 : d = R : (R + V)$ folgt: $\delta_1 = \frac{R}{R + V}\,d.$

Was d für den ersten Kolbenzug war, ist δ_1 für den zweiten Kolbenzug; es ist $\delta_2 = \frac{R}{R + V}\,\delta_1 = \left(\frac{R}{R + V}\right)^2 d$ die nach dem 2. und $\delta_n = \left(\frac{R}{R + V}\right)^n d$ die nach dem n. Kolbenzuge im Rezipienten vorhandene Dichte. Die Dichte der Luft nimmt also in einer geometrischen Progression ab.

Auch die Luftverdünnung kann beim wachsenden n nicht ins Unendliche getrieben werden, sondern nur bis zu einer bestimmten Grenze; denn, wenn auch die Maschine noch so gut gearbeitet ist, so hat sie doch einen schädlichen Raum, in welchem stets beim Herabdrücken des Kolbens etwas Luft von der Dichte d der äußeren Luft zurückbleibt. Hebt man den Kolben, so dehnt sich die im

schädlichen Raume v befindliche Luft aus, nimmt das Volumen $(v + V)$ ein und hat die Dichte δ, wobei $\delta = \frac{v}{v + V} d$ ist.

Ist $\delta = \delta_n$, dann ist die Grenze der Luftverdünnung erreicht; es kann keine Luft mehr aus dem Rezipienten in den Stiefel übergehen.

Der Grad der Verdünnung wird gemessen durch die Barometerprobe, ein nur 20 *cm* hohes Barometer, welches auf die Verbindungsröhre zwischen Stiefel und Teller aufgeschraubt werden kann. Die besten Luftpumpen geben eine Verdünnung von 1—2 *mm* Quecksilberdruck.

Die größte Verdünnung erhält man durch die Quecksilberluftpumpe von Geißler 1857.

Nach wieviel Kolbenzügen wird bei einer Luftpumpe, deren Rezipient $R = 4V$ ist, die Luft auf $1/_{10}$ verdünnt sein?

Bei einer Verdünnungsluftpumpe ist $V = 1{\cdot}5\ dm^3$, $R = 4{\cdot}5\ dm^3$; wie groß ist der Barometerstand in der gewöhnlichen Luft, wenn nach 10 Kolbenzügen die Barometerprobe $h = 4{\cdot}195\ cm$ zeigt?

Eine Luftpumpe hat eine solche Konstruktion, daß mit jedem Kolbenzuge $2/_{11}$ des im Rezipienten befindlichen Luftquantums ausgepumpt wird; wie viel Kolbenzüge sind notwendig, um die Luft auf 0·01 zu verdünnen?

55. Welches sind die wichtigsten auf dem atmosphärischen Drucke beruhenden Apparate?

Die wichtigsten auf dem atmosphärischen Drucke beruhenden Apparate sind: der Stech- und Schenkelheber, die Handspritze, die Saug- und Druckpumpe, der Heronsball, die Feuerspritze, das Gasometer und die Mariottesche Flasche.

a) Die Heber dienen dazu, um eine Flüssigkeit entweder in geringen Mengen aus einem Gefäße zu nehmen (durch den Stechheber) oder in größeren Mengen ausfließen zu lassen (durch den Schenkel- oder Winkelheber). Der Winkelheber ist eine gekrümmte Röhre, deren Schenkel ungleiche Längen haben. Taucht man den kürzeren Schenkel in eine Flüssigkeit und saugt an der Öffnung des längeren Schenkels aus der Röhre die Luft aus, so steigt infolge des Luftdruckes die Flüssigkeit in dem kürzeren Schenkel in die Höhe, fällt dann in dem längeren Schenkel nieder und fließt, vorausgesetzt, daß die Öffnung des längeren Schenkels unter dem Spiegel der Flüssigkeit im Gefäße liegt, so lange aus, als der kürzere Schenkel sich in der Flüssigkeit befindet.

Diese Erscheinung ist in folgender Weise zu erklären:

Bei B (Fig. 25) ist in der Richtung des Pfeiles ein Druck wirksam, welcher gleich ist dem Luftdrucke, vermindert um den Druck einer Flüssigkeits-

säule von der Höhe h, also von $l-h$, worin l die Höhe einer Säule der betreffenden Flüssigkeit bedeutet, welche dem Atmosphärendrucke Gleichgewicht halten würde. Bei A beträgt dieser Druck $(l-H)$; letzterer ist um $l-h-l+H=H-h$ kleiner als bei B. Es muß daher bei A ein Ausfließen der Flüssigkeit aus der Röhre erfolgen mit einer Geschwindigkeit, welche der Druckhöhe $H-h$ entspricht.

Fig. 25.

Warum darf ein Heber nicht höher als 10 *m* sein?

Wie viel Flüssigkeit fließt per Sekunde aus einem Schenkelheber von 2 *cm* Durchmesser, wenn der innere Schenkel 20 *cm* frei und der äußere 1 *m* hoch ist?

b) Die Handspritze besteht aus einer Röhre, in welcher ein Kolben luftdicht auf und ab bewegt werden kann.

Die beim Aufziehen des Kolbens in die Röhre aufgestiegene Flüssigkeit wird beim Niederdrücken des Kolbens durch die im Kolben gebliebene, jetzt verdichtete Luft hinausgetrieben.

c) Die Saugpumpe besteht aus einem weniger als 10 *m* hohen Saugrohr, welches unten in das Brunnenwasser reicht und an dem oberen Ende mit einem sich nach oben öffnenden Bodenventil geschlossen ist. Oberhalb dieses Ventils befindet sich eine zylindrische Röhre „Stiefel“, in welcher ein Kolben wasserdicht auf und ab bewegt werden kann; der Kolben ist durchbohrt und ebenfalls mit einem Ventil, dem Saugventil, versehen. Der obere Teil des Stiefels enthält das Ausflußrohr.

Wird der Kolben aufwärts gezogen, so wird die Luft zwischen ihm und dem Saugventil verdünnt; es öffnet sich das Saugventil und die Luft steigt aus der Saugröhre in den Stiefelraum. Dadurch wird der Druck der äußeren Luft größer als der Druck der Luft in der Saugröhre und treibt das Wasser in der Saugröhre aufwärts. Wird jetzt der Kolben herabgedrückt, so kann, weil sich das Bodenventil schließt, das in der Saugröhre gestiegene Wasser nicht wieder zurückgetrieben werden. Durch öftere Wiederholung gelangt das Wasser über das Saugventil, dann über das Kolbenventil und fließt durch das Ausflußrohr ab.

d) Bei der Druckpumpe ist der Kolben massiv; in der am Boden des Stiefels seitwärts mündenden Steigröhre befindet sich ein nach außen sich öffnendes Ventil.

Ist das Wasser bis in den Stiefel emporgehoben, so öffnet sich beim Niederdrücken des Kolbens das Ventil in der Steigröhre, und das Wasser wird in dieses hineingetrieben.

e) Der Heronsball ist ein Gefäß, durch dessen Wand eine

Röhre luftdicht hindurchgeht und mit ihrem inneren Ende den Boden des Gefäßes beinahe berührt.

Wird ein solches Gefäß mit Wasser gefüllt und die im Gefäße befindliche Luft verdichtet oder die das Gefäß umgebende Luft verdünnt, so wird das Wasser durch den Überdruck der inneren Luft herausgetrieben.

f) Die Feuerspritze ist eine Verbindung zweier Druckpumpen mit einem Heronsball, welcher hier Windkessel genannt wird.

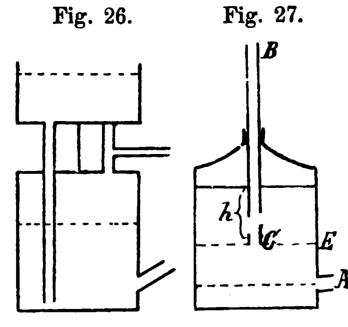


Fig. 26. Fig. 27.

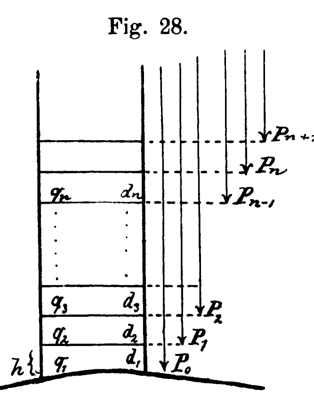
g) Das Gasometer ist eine Vorrichtung zum Aufsammeln von Gasen; die Einrichtung desselben ist in Fig. 26 angedeutet.

h) Die Mariottesche Flasche hat den Zweck, innerhalb einer nicht zu großen Ausflußzeit eine konstante Druckhöhe zu erhalten, ohne daß man Wasser nachgießen muß.

In den Hals einer Flasche ist ein dicht anschließender Stöpsel, in welchem eine Glasröhre *BC* steckt, eingesetzt. Die Flasche ist bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser gefüllt und besitzt unten eine Ausflußöffnung *A* (Fig. 27). Sobald man *A* öffnet, sinkt das Wasser in der Röhre *BC*, bis endlich bei *C* die Luft in Blasen in die Flasche eintritt. Das Eintreten der Luft dauert so lange, bis der Druck der äußeren Luft auf das Wasser am unteren Ende der Röhre gleich wird dem der inneren Luft vermehrt um den Druck der Wassersäule von der Höhe *h*. Der übrig bleibenden konstanten Druckhöhe *AE* entspricht auch eine konstante Ausflußgeschwindigkeit.

56. In welcher Weise verändert sich der Luftdruck mit wachsender Erhebung über die Meeresoberfläche?

In einer Luftsäule von durchaus gleicher Temperatur nehmen die Barometerstände in einer geometrischen Progression ab, wenn die Höhen in einer arithmetischen Progression zunehmen. Um dieses Gesetz zu beweisen, denken wir uns die trockene Atmosphäre in zur Erdoberfläche parallele Schichten von gleicher Höhe geteilt und nehmen diese Höhe so klein an, daß die Dichtigkeit der Luft innerhalb derselben Schichte als gleich angesehen werden kann.


Fig. 28.

Bezeichnet P_0 (Fig. 28) den atmosphärischen Druck auf die Meeres-

fläche, P_1 P_2 .... P_n den atmosphärischen Druck in der Höhe h, $2h$, ... nh, ferner d_1 d_2 d_3 ..., d_n die Dichte der aufeinander folgenden Schichten, q_1 q_2 q_3 ... q_n das absolute Gewicht derselben, dann besteht die Relation: $P_1 : P_n = d_1 : d_n$ ... 1). Da die einzelnen Luftschichten gleiches Volumen besitzen, so verhalten sich die Gewichte derselben wie die Dichten: $q_1 : q_n = d_1 : d_n$ ... 2).

Aus 1) und 2) folgt: $P_1 : P_n = q_1 : q_n$ oder $P_1 : q_1 = P_n : q_n$; die daraus abgeleitete Proportion lautet: $P_1 : (P_1 + q_1) = P_n : (P_n + q_n)$, d. i. $P_1 : P_0 = P_n : P_{n-1}$, somit $P_n = \frac{P_1}{P_0} P_{n-1} = k \,.\, P_{n-1}$, worin $k = \frac{P_1}{P_0}$ einen echten Bruch bedeutet. In der Gleichung $P_n = k \,.\, P_{n-1}$ ist das Gesetz einer geometrischen Reihe ausgedrückt.

57. Welches Gesetz wird zur barometrischen Höhenmessung benutzt?

Will man aus den an zwei Orten abgelesenen auf 0° reduzierten Barometerständen B und b den Höhenunterschied dieser Orte berechnen, so benutzt man den Satz, daß, wenn die von unten nach oben erstiegenen Höhen in einer arithmetischen Reihe (um h) wachsen, die Barometerstände in einer geometrischen Reihe abnehmen, daß also der Luftdruck in der $n$ten Schichte (P_n) gleich ist dem Luftdrucke in der vorhergehenden Schichte (P_{n-1}) multipliziert mit $k < 1$. Die Gleichung $P_n = k \,.\, P_{n-1}$ ... 1) läßt sich noch in einer anderen Form schreiben: es ist nämlich

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= k \,.\, P_0 \\ P_2 &= k \,.\, P_1 \\ P_3 &= k \,.\, P_2 \\ &\dots\dots \\ P_n &= k \,.\, P_{n-1} \end{aligned}\right\} \begin{array}{l} \text{durch Multiplikation:} \\ P_n = k^n \,.\, P_0 \;\dots\; 2) \end{array}$$

Der Berg M erstreckt sich über m, der Berg N über n Schichten von der Höhe h; der Höhenunterschied beider beträgt, wenn $m > n$ ist, $(m - n)h$. Dieser Ausdruck soll nach der Gleichung 2) durch andere bekannte Größen ausgedrückt werden.

Es ist $P_m = k^m \,.\, P_0$
und $P_n = k^n \,.\, P_0$

daher $\frac{P_m}{P_n} = k^{m-n}$, mithin $(m - n) \log k = \log P_m - \log P_n$ und

$(m - n)\, h = \frac{h}{\log k} (\log P_m - \log P_n)$. $\frac{h}{\log k}$ ist eine negative Zahl $= A$.

P_m, P_n ist aber der Druck, welchem die in der Höhe mh und

nh beobachtete Quecksilbersäule *b* und *B* das Gleichgewicht hält. Demnach ist der zu messende Höhenunterschied:

$$H = A(\log B - \log b);\ \text{die Konstante}\ A = 18382\,m.$$

Ist die Temperatur an dem unteren Standorte $= t$, an dem oberen $= t'$, so hat man den obigen Ausdruck für H noch mit $\left(1 + \alpha\,\frac{t + t'}{2}\right)$ zu multiplizieren, da man als mittlere Temperatur der ganzen Luftsäule das arithmetische Mittel $\frac{t + t'}{2}$ der beobachteten Luftschichten annehmen kann. Außerdem hat man bei sehr genauen Berechnungen eine Korrektion wegen des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft, wegen der Abnahme der Schwere mit der Höhe und wegen der verschiedenen Größe der Schwere an verschiedenen Orten der Erde anzubringen.

58. Wozu dient das Wagemanometer?

Das Wagemanometer oder Dasymeter ist eine kleine, gleicharmige Wage, an welcher eine nicht zu kleine hohle Glaskugel vom absoluten Gewichte K durch eine kleine, massive Metallkugel vom Gewichte q im lufterfüllten Raume im Gleichgewichte gehalten wird. Stellt man den Apparat unter den Rezipienten einer Luftpumpe, so sinkt beim Auspumpen der Luft die große Kugel; in verdichteter Luft erscheint uns wieder die Metallkugel schwerer. Daraus sieht man, daß man bei feineren Wägungen auf den Gewichtsverlust in der Luft Rücksicht nehmen muß. Sind v und V die Volumina der Körper q und K und s das spezifische Gewicht der Luft, in welcher sich die beiden Körper im Gleichgewichte befinden, so sind ihre scheinbaren Gewichte gleich zu setzen. Aus $K - Vs = q - vs$ erhält man $K = q + (V - v)s$.

Wird s größer (kleiner), so geht der kleine (große) Körper herab; das scheinbare Gewicht ist dem wahren Gewichte nur dann gleich, wenn $V = v$ ist.

Eine Bleikugel ($s = 11{\cdot}35$) wiegt im luftleeren Raume $100\,kg$; wie viel wiegt sie in der Luft?

Anmerkung. Auf dem Auftriebe in der Luft beruhen die Luftballone. Unter der Steigkraft eines Luftballons versteht man den Unterschied zwischen seinem Auftrieb und seinem Gewichte.

Wie groß ist die Steigkraft eines mit Wasserstoffgas gefüllten Luftballons, wenn $r = 5\,m$ ist und $1\,m^2$ des Stoffes $200\,g$ wiegt? ($180\pi\,kg$).

59. Welche Erscheinungen beruhen auf den Molekularwirkungen der Luftarten?

Auf den Molekularwirkungen der Luftarten beruhen:

a) die Diffusion, *b*) die Endosmose, *c*) die Moser'schen Hauchbilder und *d*) die Absorption.

a) Wenn verschiedene Luftarten einander berühren, so bleiben dieselben nicht getrennt wie Öl und Wasser, sondern sie durchdringen einander gegenseitig wie Wasser und Weingeist, so daß in verhältnismäßig kurzer Zeit ein gleichförmiges Gemenge der Luftarten entstanden ist. In einem Gasgemisch übt jeder der Bestandteile denselben Druck aus, den er, allein vorhanden, ausüben würde, und der Druck des Gemisches auf die Wand ist gleich der Summe der Drucke der einzelnen Gase. Gesetz von Dalton 1803. Diese Erscheinung nennt man Diffusion der Gase.

Vermöge der Diffusion der Luftarten hat unsere Atmosphäre überall denselben Prozentsatz von Sauerstoff.

b) Die Mischung oder Diffusion zweier durch eine poröse Wand getrennter Gase wird Endosmose (auch Diosmose) der Gase genannt. Nach Grahams (1867) Untersuchungen verhalten sich die Geschwindigkeiten, mit welchen die Gase durch poröse Körper diffundieren, umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren spezifischen Gewichten. Zwischen der Endosmose von Flüssigkeiten und Gasen findet ein wesentlicher Unterschied statt. Während die verschiedene Diffusionsgeschwindigkeit von Flüssigkeiten durch deren ungleiche Adhäsion an die Scheidewand bewirkt wird, hat bei der Diffusion der Gase die Scheidewand keinen Einfluß.

Ein sehr einfacher Apparat, der die Diosmose der Gase in überraschender Weise zeigt, ist eine Kugel, die durch eine poröse Platte in zwei Kammern geteilt ist; das der einen Kammer zugeführte Leuchtgas kann an dem an der zweiten Kammer angebrachten Gasbrenner angezündet werden. Der Wetter-Indikator von Ansell.

c) Mosersche Hauchbilder. Schreibt man mit einem Holzstück auf eine reine Glasplatte und haucht sie an, so werden die Schriftzüge sichtbar. Die Erklärung ist folgende: Indem jeder Körper Gas auf seiner Oberfläche verdichtet, ist er mit einer Gashaut überzogen. Der Schreibstift entfernt teilweise die Lufthaut und der Wasserdampf kondensiert an diesen Stellen in anderer Form als da, wo die Lufthaut noch vorhanden ist.

d) Ist ein Gas mit einem festen oder flüssigen Körper in Berührung, so findet zwischen den sich berührenden Molekülen eine Anziehung statt. Infolge dieser gegenseitigen Anziehung wird ein Gas in den Poren eines Körpers verdichtet oder vom Körper absorbiert. Die Absorption der Gase ist immer von einer Wärmeentwicklung begleitet und sie ist um so bedeutender, je mehr Gas ein Körper absorbiert.

Platinschwamm verdichtet H_2 so lebhaft, daß er dabei ins Glühen kommt und das H_2—gas entzündet.

1 Volumen Wasser absorbiert 700 Volumina Ammoniakgas.

Die Gasmenge, welche von einem Körper aufgenommen wird, ist direkt proportional dem Drucke, welchen das freie Gas nach vollendeter Absorption auf den Körper ausübt (Henrys Gesetz 1803) und umgekehrt proportional der Temperatur. Die Gasmenge, welche von der Volumseinheit des Absorbenten unter dem Normaldrucke des freien Gases aufgenommen werden kann, heißt der Absorptionskoeffizient dieses Absorbenten für das angenommene Gas. Der Absorptionskoeffizient einer und derselben Substanz hat verschiedene Werte für verschiedene Gase, ebenso für ein und dasselbe Gas bei verschiedenen Absorbenten.

II. Wärme.

1. Wie bestimmt man den Wärmezustand eines Körpers?

Zwei Körper A und B befinden sich in demselben Wärmezustand oder haben eine und dieselbe Temperatur, wenn sie bei ihrer gegenseitigen Berührung nicht volumverändernd aufeinander einwirken; wird aber das Volumen des Körpers A bei einer Berührung mit B größer, so ist B wärmer als A; je größer der Zuwachs des Volumens A ist, desto größer ist der Wärmezustand des B. Als Körper A wählt man das Quecksilberthermometer; dasselbe beruht auf der geringen Ausdehnung des Glases und der starken und gleichmäßigen Ausdehnung des Hg durch die Wärme.

Beim Thermometer von Fahrenheit (1724) ist der Fundamentalabstand, d. i. der Abstand des Siedepunktes des Wassers vom Eispunkte in 180 gleiche Teile, „Grade" eingeteilt; da der Eispunkt mit der Zahl 32 bezeichnet ist, so steht beim Siedepunkte die Zahl 212.

F glaubte nämlich in der tiefen Temperatur des Winters 1709 den absoluten Nullpunkt gefunden zu haben; er stellte diese Temperatur auch künstlich her durch eine Mischung von Eis, Wasser und Salmiak. Als zweiten festen Punkt wählte er die Temperatur des menschlichen Körpers, welche mit dem Punkte 100 seiner Skala zusammenfällt.

Die Skala von F ist in England und in den englischen Besitzungen gebräuchlich.

Beim Thermometer von Reaumur (1730) ist der Fundamentalabstand in 80 und beim Thermometer von Celsius (1750) in 100 gleiche Teile eingeteilt.

R teilte seine Skala in 80 gleiche Teile, weil er gefunden hatte, daß 1000 Teile des von ihm zur Füllung der Thermometer angewendeten Weingeistes bei einer Erwärmung vom Eis- bis zum Siedepunkte des Wassers sich um 80 Teile ausdehnten.

Der Nullpunkt beider Einteilungen (R u. C) fällt mit dem Eispunkte zusammen. Der Skala von R bedient man sich in Deutschland, der Skala von C in Frankreich und bei wissenschaftlichen Untersuchungen. Zur Verwandlung der verschiedenen Temperaturangaben dienen zunächst folgende Gleichungen:

$$100^0\ (C) = 80^0\ (R);\ \text{daher}\ n^0\ (C) = \frac{n}{5}.\ 4\ (R)$$

$$n^0\ (R) = \frac{n}{4}.\ 5\ (C).$$

Soll die Ablesung am Thermometer von C oder R in Fahrenheitsche Grade umgerechnet werden, so hat man zu der nach dem Muster:

n^0 (C) $= \frac{n}{5} . 9$ (F) und n^0 (R) $= \frac{n}{4} . 9$ (F) gefundenen Zahl noch die Zahl 32 zu addieren. Soll jedoch die Ablesung bei F in die Angabe von C oder R umgerechnet werden, so hat man nur diejenige Anzahl der Fahrenheitschen Grade umzurechnen, welche über oder unter unserem Nullpunkte sich befindet; z. B.:

Die höchste (tiefste) auf der Erde im Freien beobachtete Temperatur beträgt 130° (— 83°) F; wie viel ist dies bei C oder R?

$+ 130^0$ F ist nur $130 - 32 = 98^0$ über unserem Nullpunkte.

98^0 (F) $= \frac{98}{9} . 4 = 43{\cdot}5^0$ (bei R) und $= \frac{98}{9} . 5 = 54{\cdot}4^0$ (bei C).

$- 83^0$ F ist $83 + 32 = 115^0$ unter unserem Nullpunkte.

$- 115^0$ F $= - \frac{115}{9} . 4 = - 51{\cdot}1^0$ (bei R) und

$= - \frac{115}{9} . 5 = - 63{\cdot}9$ (bei C).

Die Summe der an den drei verschiedenen Thermometern (R, C, F) gleichzeitig abgelesenen Grade beträgt 14; wie viel Grad zeigt jedes?

Weil das Hg bei — 39° C erstarrt und bei + 360° C dampfförmig wird, so kann es nur für Temperaturen zwischen diesen Grenzen benützt werden. Für tiefere Temperaturen als — 30° benutzt man Weingeistthermometer, weil der Weingeist selbst bei der größten künstlichen Kälte (—208° C) nicht fest wird; höhere Temperaturen als + 350° C bestimmt man mit Benutzung der spezifischen Wärme der Metalle durch Rechnung.

1. Durch 3 *kg* rotglühendes Eisen erhält man im Eiskalorimeter 2 *kg* Wasser von 0°; bei welcher Temperatur wird Fe rotglühend, wenn dessen spezifische Wärme $c = 0{\cdot}114$ ist?

Aus $3 . 0{\cdot}144\, x = 2.80$ erhält man $x = 468^0$ (C).

2. Eine 200 *g* schwere Platinkugel ($c = 0{\cdot}033$) liegt längere Zeit in einem Ofen und vermag dann 1 *kg* Wasser von 13° auf 20° zu erhöhen; welche Temperatur hatte die Kugel?

Aus $7 = 0{\cdot}2 . 0{\cdot}033\, (x - 20)$ erhält man $x = 1080^0$ (C).

Außer diesen drei Thermometern hat man noch: das Maximum- und Minimumthermometer, das Fieberthermometer und das Metallthermometer.

Der Zweck der Maximum- und Minimumthermometer ist, die höchste und niedrigste stattgefundene Temperatur während einer gewissen Zeit anzugeben. Im Maximumthermometer schiebt das sich

ausdehnende Quecksilber einen Eisenstift vor sich her, der bei der Abkühlung liegen bleibt. Das Minimumthermometer ist ein Weingeistthermometer mit einem Glasstäbchen als Index. Das Stäbchen bleibt liegen, wenn sich der Weingeist ausdehnt; zieht sich der Weingeist zusammen, so nimmt seine Oberfläche infolge der Oberflächenspannung das Stäbchen mit und zeigt auf diese Weise die tiefste Temperatur an.

Beim Fieberthermometer ist das obere Stück der Quecksilbersäule durch eine kleine Luftblase von dem übrigen Quecksilber getrennt. Beim Steigen der Temperatur wird der Quecksilberfaden vorgeschoben und bleibt bei der Abkühlung an der erreichten Stelle stehen.

Das Metallthermometer besteht aus einem geraden oder spiralförmigen Kompensationsstreifen (bestehend aus zwei verschiedenen Metallen mit verschiedenen Ausdehnungskoeffizienten), dessen eines Ende festgemacht und dessen anderes Ende mit einem Zeiger versehen ist.

2. Wie lauten die Gesetze über die Ausdehnung der Körper durch die Wärme?

Eine der wichtigsten Wirkungen der Wärme ist die Volumsänderung der Körper. Alle Körper dehnen sich bei Zunahme der Wärme aus und ziehen sich bei Abnahme der Wärme zusammen. Die Größe dieser Volumsänderung wird durch den (kubischen) Ausdehnungskoeffizienten ausgedrückt.

Unter dem kubischen Ausdehnungskoeffizienten versteht man die Vergrößerung der Volumseinheit bei einer Temperaturerhöhung um 1° C.

Bei festen Körpern spricht man von einem linearen Ausdehnungskoeffizienten; darunter versteht man die Vergrößerung der Längeneinheit bei einer Temperaturerhöhung um 1° C.

Ist α der lineare Ausdehnungs-Koeffizient eines festen Körpers und l_0 seine Länge bei 0^0, so ist seine Verlängerung bei t^0 $l_0\,\alpha t$ und seine Länge bei t^0 $l = l_0\,(1 + \alpha t)$.

Die Ausdehnung in die Breite und Höhe muß, vorausgesetzt, daß der Körper nach allen Dimensionen gleich beschaffen ist, ganz in demselben Verhältnisse vor sich gehen; es ist $b = b_0\,(1 + \alpha t)$ und $h = h_0\,(1 + \alpha t)$; danach $v = v_0\,(1 + \alpha t)^3 = v_0\,(1 + 3\,\alpha t + 3\,\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3) = v_0\,(1 + 3\,\alpha t)$, da α so klein ist, daß man $\alpha^2 t^2$ und $\alpha^3 t^3$ gegen die bedeutend größeren Glieder $1 + 3\,\alpha t$ vernachlässigen kann.

Die Gesetze über die Ausdehnung der Körper durch die Wärme lauten:

1. Der lineare Ausdehnungskoeffizient der festen Körper ist sehr gering, so daß es besonderer Veranstaltungen bedarf, um ihn der Messung zugänglich zu machen; er ist bei verschiedenen Substanzen verschieden (bei Eisen $\alpha = 0{\cdot}000012$, bei Platin 0·000009). Zwischen 0^0 und 100^0 dehnen sich die meisten festen Körper fast gleichmäßig aus, während bei höherer Temperatur die Ausdehnung für gleiche Wärmezufuhren größer wird.

2. Der kubische Ausdehnungskoeffizient der flüssigen Körper ist viel größer als derjenige der festen Körper und nicht bloß nach der materiellen Verschiedenheit verschieden, sondern selbst zwischen der Eis- und Siedetemperatur bei derselben Flüssigkeit unregelmäßig. Am regelmäßigsten dehnt sich Quecksilber aus; sein Ausdehnungskoeffizient ist $= 0{\cdot}00018$.

3. Der Ausdehnungskoeffizient der luftförmigen Körper ist noch größer als der der flüssigen Körper; alle Gase haben fast denselben Ausdehnungskoeffizienten $\frac{1}{273} = 0{\cdot}00366$ und dieser bleibt für alle Temperaturen beinahe derselbe, wenn der Druck unverändert bleibt.

Wie viel *m* beträgt der Längenunterschied einer bei 0^0 140 *km* langen Eisenbahnschiene (Eisenbahnstrecke Wien—Brünn) zwischen -20^0 und $+30^0$C?

Bis zu wie viel Grad eine Messingkugel mit dem Radius $r = 1{\cdot}5\ cm$ erwärmt werden, damit sie durch eine kreisförmige Öffnung mit $r_1 = 1{\cdot}51\ cm$ gerade durchgeht? ($\alpha = 0{\cdot}000018$). (370.)

Um wie viel Grad muß das Luftvolumen 1 erhitzt werden, um die Hälfte der Luft aus dem Gefäße auszutreiben?

Fig. 29.

Anmerkung. Warum nimmt Lehm und Ton bei Erwärmung ein kleineres Volumen an? Welche Merkwürdigkeit zeigt das Wasser?

3. Welchen Zweck hat ein Rostpendel?

Fertigt man ein Pendel aus einem Metallstabe, so wird dasselbe in der Wärme länger und in der Kälte kürzer; im ersten Falle geht dann die Uhr langsamer oder nach, im letzteren Falle schneller oder vor. Zur Beseitigung dieses Übelstandes werden sogenannte Kompensationspendel verwendet. Ein solches ist das Rostpendel (Fig. 29).

Ein Eisenstäbchen *AB* trägt einen Querstab, an dessen Enden *a* und *b* zwei Eisenstäbe *E* herabgehen; diese Eisenstäbe sind unten durch ein Querstück *cd* verbunden, welches wieder zwei Zinkstäbe *Z*, die nach

oben gehen, trägt. Das Querstück *ef*, welches die zwei Zinkstäbe verbindet, trägt dann die eigentliche Pendelstange *St*.

Ist L die gesamte Länge der drei (AB, E und St) sich nach unten ausdehnenden Metallstäbe mit dem Ausdehnungskoeffizienten α, so rückt der Schwingungsmittelpunkt S des Pendels bei einer Temperaturerhöhung um t^0 um $L\alpha t$ herab; der Stab von der Länge l mit dem Ausdehnungskoeffizienten β, der sich nur nach oben ausdehnen kann, verrückt den Schwingungsmittelpunkt um $l\beta t$ hinauf; aus $L\alpha t = l\beta t$ folgt: $L : l = \beta : \alpha$, d. h.: Die Längen der verschiedenen Stäbe verhalten sich umgekehrt wie deren Ausdehnungskoeffizienten.

4. Welche Gesetze existieren beim Übergang eines festen Körpers in den flüssigen Zustand?

Durch Wärmezufuhr kann ein Körper aus dem festen Aggregatzustande in den flüssigen, aus dem flüssigen in den gasförmigen übergehen.

Der Übergang eines Körpers aus dem festen Zustande in den flüssigen wird das Schmelzen und die Temperatur, bei der das Schmelzen eintritt, der Schmelzpunkt genannt.

Die Gesetze des Schmelzens sind:

1. Der Schmelzpunkt ist für verschiedene Körper verschieden, für einen und denselben Körper jedoch konstant.

Quecksilber schmilzt bei — 39°, Wasser bei 0°, Wachs bei 60°, Schwefel bei 110°, Blei bei 335°, Gold bei 1200°.

Beachtenswert ist, daß Legierungen viel leichter schmelzen, als die einzelnen Metalle. Sehr auffallend zeigt sich diese Erscheinung beim Roseschen Metalle (4 Gewichtsteile Wismut, 1 Gewichtsteil Blei und 1 Gewichtsteil Zinn). Der Schmelzpunkt desselben liegt bei 95°.

2. Die ganze während des Schmelzens dem Körper zugeführte Wärme bleibt ohne Einfluß auf das Thermometer; sie ist also keine freie oder fühlbare, sondern gebundene oder latente Wärme und heißt Flüssigkeitswärme.

3. Beim Schmelzen der Körper tritt auch eine Änderung des Volumens ein; die meisten Körper vergrößern beim Schmelzen ihr Volumen; Eis, Wismut und Gußeisen verkleinern es.

4. Durch Druck lassen sich die Schmelzpunkte der Körper um ein geringes verändern, und zwar wird durch verstärkten Druck der Schmelzpunkt erhöht bei denjenigen Körpern, deren Volumen sich beim Schmelzen vergrößert, und erniedrigt bei denjenigen, deren Volumen sich beim Schmelzen verkleinert.

Faradays Versuch: Das Zerschneiden eines Eisblockes mittelst einer stark beschwerten Drahtschlinge. Die Bewegung eines Gletschers talabwärts.

Mit dem Schmelzen der Körper kann die Auflösung eines

festen Körpers in einer Flüssigkeit verglichen werden. Der Schmelzwärme entspricht dann die Lösungswärme. Da diese aus dem Wärmevorrat des Lösungsmittels entnommen wird, so sinkt die Temperatur der Flüssigkeit beim Lösen eines starren Körpers. Auf diesem Vorgange beruhen die Kältemischungen.

Schnee oder zerkleinerte Eisstücke mit Kochsalz oder mit kristallisiertem Chlorkalzium.

5. Welche Gesetze existieren beim Übergang eines flüssigen Körpers in den luftförmigen Zustand?

Wenn durch fortgesetztes Erwärmen die Temperatur einer Flüssigkeit steigt, so erreicht man je nach der Natur der letzteren früher oder später den Punkt, wo sie unter lebhaftem Aufwallen in den gasförmigen Zustand übergeht; man nennt diesen Vorgang das Sieden und die Temperatur, bei welcher die Flüssigkeit siedet, den Siedepunkt.

Für das Sieden gelten folgende Gesetze:

1. Jede Flüssigkeit hat ihren eigentümlichen Siedepunkt; diese Siedetemperatur ist für denselben Luftdruck konstant.

Äther siedet bei 36⁰, Alkohol bei 79⁰, Wasser bei 100⁰ und Quecksilber bei 360⁰.

2. So lange eine Flüssigkeit siedet, bleibt ihre Temperatur, ungeachtet der beständigen Zufuhr von Wärme, unverändert; diese latente Wärme, welche in die Flüssigkeit übergeht, ohne am Thermometer wahrnehmbar zu sein, wird Verdampfungswärme genannt.

3. Der Siedepunkt ist abhängig von dem Drucke, der auf die Flüssigkeit wirkt; je größer dieser Druck ist, desto höher liegt der Siedepunkt.

Papinscher Topf.

4. Außer dem Drucke haben auch noch fremdartige Stoffe, wie Salze, die in der Flüssigkeit aufgelöst sind, sowie das Material, aus welchem das Gefäß besteht, auf die Siedetemperatur einen Einfluß.

Wasser, in welchem 40 Teile Kochsalz gelöst sind, siedet erst bei 108⁰. Wasser, in welchem einige Eisenstücke liegen, siedet schon unter 100⁰. In einem Glasgefäße ist der Siedepunkt etwas höher als in einem Metallgefäße.

Anmerkung: Luftfreies ausgekochtes Wasser kommt erst bei sehr hohen Temperaturen ins Sieden.

Leidenfrostscher Versuch (1756).

6. Wodurch unterscheidet sich die Verdunstung von der Verdampfung?

Wasser in einer Tasse an die Luft gestellt, verschwindet nach und nach, im Sommer schneller, im Winter langsamer; es hat Gasform angenommen und sich in Form von Wasserdampf in der Luft verbreitet; man sagt: das Wasser verdunstet. Dieser Umwandlung sind die meisten Flüssigkeiten (auch einige feste Körper) fähig.

Die beiden Arten der Verdampfung: das Sieden und Verdunsten, stimmen darin überein, daß bei beiden erstens ein Übergang in den luftförmigen Zustand stattfindet und zweitens Wärme gebunden wird. Sie unterscheiden sich dadurch voneinander, daß

1. das Sieden unter sonst gleichen Umständen stets bei derselben Temperatur, dem Siedepunkte, stattfindet, während das Verdunsten bei ganz verschiedenen Temperaturen unterhalb des Siedepunktes vor sich gehen kann; daß

2. beim Sieden die Dampfbildung in allen Teilen der Flüssigkeit stattfindet, während das Verdunsten nur an der Oberfläche geschieht; daß

3. beim Verdunsten nicht alle der Flüssigkeit zugeführte Wärme gebunden wird (wie beim Sieden), sondern nur ein Teil; sonst würde man die Flüssigkeit nicht erwärmen können.

Daß beim Verdunsten Wärme gebunden wird, sieht man, wenn man Äther an der mit Watta umhüllten Quecksilberkugel eines Thermometers verdunsten läßt und an der Eisbildung im Kryophor (Wollaston 1813). Warum kann man im heißesten Sommer die Bierfässer dadurch kühl erhalten, daß man nasse Tücher um dieselben schlägt?

7. Wie bestimmt man *a*) die Schmelzwärme des Eises und *b*) die Verdampfungswärme des Wassers?

Um die verschiedenen Wärmemengen, die beim Schmelzen eines festen und beim Verdampfen eines flüssigen Körpers gebunden werden, vergleichen zu können, hat man diejenige Wärmemenge als Wärmeeinheit, „Kalorie“, angenommen, durch welche 1 *kg* Wasser von 0° auf 1° erwärmt wird.

a) Die Schmelzwärme des Eises beträgt 80 Kalorien, d. h. sie ist so groß, daß man 80 *kg* Wasser von 0° auf 1° erhöhen kann. Diese Zahl hat man aus Mischungsversuchen erhalten.

Mischt man nämlich 2 *kg* Eis von 0° mit 5 *kg* Wasser von 90°, so erhält man Wasser von der Temperatur 41·6°. Die vom Wasser abgegebene Wärmemenge beträgt darnach

5 $(90 - 41{\cdot}6) = 242$ **Kalorien**; davon wurden $2x$ Kalorien zur Verwandlung des Eises von 0^0 in Wasser von 0^0 verbraucht und $(2.\ 41{\cdot}6)$ Kalorien zur Erwärmung des Wassers von 0^0 auf $41{\cdot}6^0$. Wenn man jeden Verlust von Wärme an die Umgebung vermieden hat, so ist $242 = 2x + 83{\cdot}2$, also $x = 79{\cdot}4$ Kalorien, wofür man rund 80 setzt.

b) Um die latente Wärme des Wasserdampfes zu bestimmen, bedient man sich des Destillationsapparates. Man bringt Wasser in einem Destillationskolben zum Sieden und leitet die sich bildenden Dämpfe durch ein Schlangenrohr, das sich in einem mit kaltem Wasser gefüllten Gefäße, „Kühlfasse“, befindet; das durch Kondensation gebildete Wasser wird am Ende des Schlangenrohres aufgefangen und dem Gewichte (q *kg*) und der Temperatur nach (T^0) bestimmt.

Aus der Wärmeaufnahme von Seite des Wassers im Kühlfasse und aus der Wärme des abfließenden destillierten Wassers läßt sich die Verdampfungswärme berechnen. Wie dies geschieht, zeigt folgender Versuch:

Man leitet 9 *kg* Wasserdampf von 100^0 durch ein Schlangenrohr, welches in $102{\cdot}96$ *kg* Wasser von 15^0 liegt; das destillierte Wasser fließt mit 65^0 ab; wie groß ist danach die Verdampfungswärme des Wassers?

Sind zur Verwandlung von 1 *kg* Wasser von 100^0 in Dampf von 100^0 x Kalorien notwendig, so werden bei der Kondensation von 9 *kg* Wasserdampf von 100^0 in Wasser von 100^0 $9x$ Kalorien frei. Da jedoch das kondensierte Wasser nicht die Temperatur von 100^0 beibehält, sondern bis auf 65^0 abgekühlt wird, so werden nochmals $9\ (100 - 65) = 315$ Kalorien frei. Das Kühlwasser ist um 50^0 wärmer geworden; es zeigt also eine Aufnahme von $102{\cdot}96 \times 50 = 5148$ Kalorien. Ist an die Umgebung keine Wärme verloren gegangen, so ist $9x + 315 = 5148$, also $x = 537$ Kalorien.

In ein Gefäß mit $26{\cdot}4$ *kg* Wasser von 10^0 C wird so lange Wasserdampf von 100^0 geleitet, bis das Wasser eine Temperatur von $54{\cdot}2^0$ hat; das Gewicht des warmen Wassers beträgt jetzt $28{\cdot}4$ *kg*; wie groß ist danach die Verdampfungswärme des Wassers?

In 10 *kg* Wasser von 0^0 leitet man $0{\cdot}4$ *kg* Dampf von 100^0; auf welche Temperatur wird das Wasser gebracht?

8. Wie bestimmt man die spezifische Wärme fester und flüssiger Körper?

Unter der spezifischen Wärme einer Substanz versteht man

diejenige Wärmemenge, welche man braucht, um 1 *kg* dieser Substanz von 0^0 auf 1^0 zu erhöhen.

Um die spezifische Wärme fester und flüssiger Stoffe zu bestimmen, bedient man sich vorzugsweise der Mischungs- und der Eisschmelzmethode.

Die Mischungsmethode besteht darin, daß man eine bestimmte Gewichtsmenge (q) der in Bezug auf die spezifische Wärme (c) zu untersuchenden Substanz auf eine ziemlich hohe Temperatur (am leichtesten auf 100^0) bringt und dann mit einer bekannten Menge (q') einer anderen Substanz, deren spezifische Wärme (c') schon bekannt ist, mischt. Aus der Ausgleichstemperatur beider läßt sich die Wärmeabgabe $q c t$ der einen und die Wärmeaufnahme $q' c' t'$ der anderen Substanz und aus der Gleichheit dieser beiden Größen die spezifische Wärme berechnen.

Man mischt 4 *kg* Eisen von 100^0 mit 6 *kg* Wasser von 10^0; wie groß ist die spezifische Wärme des Eisens, wenn die Mischungstemperatur $16{\cdot}3^0$ beträgt?

Mischt man 1 *kg* Wasser von 7^0 mit 1 *kg* Quecksilber (Hg) von 100^0, so erhält die Mischung eine Temperatur von 10^0; wie groß ist danach die spezifische Wärme des Hg?

2, Die Eisschmelzmethode besteht darin, daß man eine gewogene Quantität (q *kg*) der zu untersuchenden Substanz, welche man auf T^0 gebracht hat, rings mit Eis umgibt und bestimmt, wie viel *kg* (q') von diesem Eis in Wasser von 0^0 verwandelt wird, während die Substanz von T^0 auf 0^0 gesunken ist. Die ganze in der betreffenden Substanz enthaltene Wärmemenge $q c T$ wird zum Schmelzen verwendet, wozu andererseits $80 q'$ Kalorien nötig sind.

Aus $q c T = 80 q'$ folgt $c = \frac{80 q'}{q\ T}$.

Im Eiskalorimeter erhält man durch 2 *kg* Eisen (Fe) von 100^0 275 *g* Wasser; berechne daraus die spezifische Wärme des Fe!

9. Was läßt sich über die spezifische Wärme derselben Substanz in den verschiedenen Aggregatzustände sagen?

Die spezifische Wärme eines und desselben Stoffes ist 1. bei verschiedenen Aggregatzuständen verschieden: für den flüssigen Zustand größer als für den festen; 2. bei verschiedener Dichtigkeit verschieden: um so kleiner, je dichter der Körper ist; 3. bei verschiedenen Temperaturen verschieden: um so größer, je höher die Temperatur ist. Richmannsche Regel.

Nach Dulong und Petit ist das Produkt aus dem Atomgewicht und

der spezifischen Wärme (d. i. die Atomwärme) von chemischen Elementen im festen Zustande nahezu konstant, nämlich = 6·4.

Bei der spezifischen Wärme gasförmiger Körper hat man die spezifische Wärme bei konstantem Drucke von der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen zu unterscheiden. Nur die erstere hat man durch direkte (nach derselben Methode wie die Verdampfungswärme des Wassers) Versuche bestimmen können; es ist $C = 0{\cdot}237$. Außerdem hat man das Verhältnis der ersten und letzteren festzustellen vermocht: $C : c = 1{\cdot}41 : 1$. Danach ist $c = 0{\cdot}168$ Kalorien.

Welche Wärmemenge ist erforderlich, um die Luft in einem Zimmer von 10 *m* Länge, 5 *m* Breite und 4 *m* Höhe um 10° zu erhöhen?

10. Bei welchen Vorgängen wird die latente Wärme wieder frei?

Wärme wird gebunden: *a*) beim Schmelzen fester Körper, *b*) beim Verdunsten und Verdampfen flüssiger Körper und *c*) beim Auflösen eines festen Körpers in einer Flüssigkeit.

Diese latente Wärme wird bei den entgegengesetzten Vorgängen, d. i. bei der Kondensation der Dämpfe, beim Erstarren der Flüssigkeiten und beim Kristallisieren wieder frei.

a) Daß bei der Kondensation der Dämpfe Wärme frei wird, zeigt der Destillationsprozeß. Die Fähigkeit des Dampfes, bei seiner Kondensation bei jedem *kg* 537 Kalorien frei zu geben, wird in der Dampfheizung in Anwendung gebracht.

b) Wird eine Flüssigkeit immer mehr abgekühlt, so gelangt man zu einer Temperatur, bei welcher die Flüssigkeit erstarrt, d. i. fest wird; diese Temperatur heißt Erstarrungs- oder Gefrierpunkt; er fällt mit dem Schmelzpunkte zusammen.

Daß beim Erstarren der Flüssigkeiten Wärme frei wird, läßt sich am Wasser leicht zeigen.

Reines, luftfreies Wasser kann im ruhigen Zustande tief unter Null (bis auf — 10°) abgekühlt werden, ohne daß es gefriert; wird es erschüttert, so gefriert ein Teil und das übrige Wasser zeigt eine Temperaturerhöhung bis auf 0°.

c) Wenn ein Salz aus dem Lösungsmittel herauskristallisiert, so wird die zu seiner Auflösung verwendete Wärme wieder frei. Wegen des äußerst langsamen Fortganges des Kristallisationsprozesses jedoch ist von dem Auftreten dieser Wärme in der Regel nichts oder nur sehr wenig zu bemerken. Durch folgendes Experiment aber läßt sie sich leicht zeigen:

Läßt man eine bei hoher Temperatur konzentrierte Lösung

von Natriumsulphat ruhig erkalten, so entsteht beim Eintauchen eines Thermometers Kristallisation und eine Temperaturerhöhung von 7 bis 8°.

11. Man unterscheidet zwei Arten des Dampfes; welche denn?

Jeder Raum (z. B. 1 m^3) vermag bei einer bestimmten Temperatur eine ganz bestimmte Menge Dampf aufzunehmen; diese Menge ist bei verschiedenen Dämpfen verschieden und wächst mit der Temperatur. Je nachdem ein Raumteil die größtmögliche Dampfmenge, die seiner derzeitigen Temperatur entsprechen würde, enthält oder noch nicht enthält, spricht man von gesättigtem oder von nicht gesättigtem Dampfe. Aus dem Begriffe der Sättigung ergeben sich folgende Eigenschaften für diese Dämpfe: der gesättigte Dampf wird bei der geringsten Volumverkleinerung und Abkühlung teilweise verflüssigt; der übrig gebliebene Dampf behält seinen früheren Druck. Der gesättigte Dampf befindet sich im Maximum der Dichte und Spannkraft.

Für die Spannung gesättigter Dämpfe existieren Tabellen.

Der nicht gesättigte (überhitzte) Dampf kann in einem abgeschlossenen Raume nur dann vorhanden sein, wenn keine Flüssigkeit mehr darin ist, welche verdampfen könnte; denn sonst würde sie eben so lange verdampfen, bis Sättigung eintritt. Man nennt diesen Dampf deswegen einen überhitzten, weil die vorhandene Dampfmenge bei niederer Temperatur doch hinreichen würde, den Raum zu sättigen, während das bei höherer Temperatur nicht der Fall ist. Ungesättigter Dampf verhält sich wie ein Gas; vergrößert man das Volumen, so nimmt der Druck ab; verkleinert man das Volumen von ungesättigtem Dampf immer mehr, so nimmt die Dichte und der Druck zu, bis der Dampf gesättigt ist.

Der gesättigte Dampf ist also die Grenzform zwischen dem überhitzten Dampf einerseits und der Flüssigkeit andererseits.

12. In welcher Art pflanzt sich die Wärme fort?

Die Fortpflanzung der Wärme geschieht hauptsächlich in zweifacher Art: *a*) durch Leitung, *b*) durch Strahlung.

a) Sind die verschiedenen Teile eines Körpers oder zwei sich unmittelbar berührende Körper ungleich warm, so geht aus dem wärmeren so lange Wärme in den weniger warmen über, bis die Temperatur überall dieselbe ist. Diese Ausgleichung der Wärme

von jedem Körperteilchen zu dem nächsten mit ihm in unmittelbarer Berührung stehenden wird Wärmeleitung genannt. Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wärme von einem Molekül eines Körpers zum nächsten fortpflanzt und die Zeitdauer, welche demnach unter sonst gleichen Umständen zur Ausgleichung der Wärme durch Wärmeleitung erforderlich ist, sind bei verschiedenen Körpern verschieden. Je nach der Größe dieser Geschwindigkeit teilt man die Körper in gute und schlechte Wärmeleiter ein.

Die besten Wärmeleiter sind die Metalle, die schlechtesten Luft, Asche, Haare, Federn und Wolle. Die flüssigen und luftförmigen Körper sind gute oder schlechte Wärmeleiter, je nachdem sie von unten oder von oben erwärmt werden.

Warum brennt ein Räucherkerzchen, auf ein hölzernes Brett gesetzt, ganz aus, aber nicht, wenn man es auf eine Metallfläche stellt?

Warum halten Strohdächer im Sommer kühl, im Winter warm?

Warum frieren wir in einem Bade von 15° R, während wir uns doch in einer Luft von 15° Wärme sehr behaglich fühlen?

b) Ein heißer Körper kann einen kälteren auch von der Ferne her erwärmen, ohne daß die zwischenliegende Luft dabei bedeutend erwärmt wird. Diese Verbreitung der Wärme wird Wärmestrahlung genannt. Die Gesetze über die Wärmestrahlen stimmen mit denen über die Lichtstrahlen überein:

1. Jeder Körper strahlt nach allen Richtungen hin Wärme aus.
2. Die Wärmestrahlung geschieht in demselben Medium geradlinig und mit derselben Geschwindigkeit, mit welcher sich die Lichtstrahlen fortpflanzen.
3. Wenn Wärmestrahlen auf einen Körper fallen, so werden sie teils reflektiert (nach dem Reflexionsgesetze), teils gebrochen (nach dem Brechungsgesetze), teils absorbiert. Der absorbierte Teil erwärmt den Körper.

Warum werden am Spalier gezogene Früchte gewöhnlich früher reif als freistehend gezogene?

Warum kocht das Wasser in einem neuen Kessel nicht so schnell wie in einem alten mit Ruß bedeckten? (Weil der neue Kessel die Wärmestrahlen besser reflektiert.)

Die Wirkung einer Wärmequelle ist direkt proportional dem Kosinus des Einfallswinkels und umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung der Fläche von der Wärmequelle.

Körper, welche die Wärmestrahlen durchlassen, wie die durchsichtigen Körper die Lichtstrahlen, nennt man diathermane Körper; die anderen sind atherman.

Während Luft und Steinsalz Wärmestrahlen ungeschwäch

durchlassen, werden von einer wässerigen Lösung des Alauns fast sämtliche Wärmestrahlen zurückgehalten. (Nachweis mit Hilfe des Radiometers.)

13. Welche Beziehung findet statt zwischen Wärme und mechanischer Arbeit?

Nachdem schon Rumford durch seine Versuche (beim Bohren von Kanonenrohren 1798) zu der Vermutung gelangt war, daß die Wärme auf Bewegung beruhe, hat zuerst 1842 Robert Mayer (Arzt zu Heilbronn) mit vollster Klarheit den Satz aufgestellt, daß sich mechanische Arbeit in Wärme umsetzen könne, indem die sichtbare Bewegung einer Masse als Ganzes in eine unsichtbare Molekularbewegung übergehe, welche wir als Wärme empfinden, und daß zwischen der erzeugten Wärmemenge und der aufgewendeten Arbeit ein ganz bestimmtes Umsetzungsverhältnis bestehe. Dieses konstante Umsetzungsverhältnis (1 Kalorie = 424 Meter-Kilogramm) wird das mechanische Äquivalent der Wärme genannt.

Mayer hat diese Zahl aus den beiden spezifischen Wärmen der Gase (beim konstanten Druck $C = 0{\cdot}237$ und beim konstanten Volumen $c = 0{\cdot}168$) berechnet.

Wird 1 m^3 Luft von 0^0 auf 1^0 erwärmt, so wird das Volumen um $\frac{1}{273} = 0{\cdot}00366\ m^3$ größer. Denken wir uns dieses Luftvolumen säulenförmig mit konstanter Basis = 1 m^2 und fester Wand, so beträgt die Änderung in der Höhe infolge der Erwärmung = = 0·00366 m; auf dieser Strecke wurde der Luftdruck überwunden; der Luftdruck beträgt 1·033 kg per 1 cm^2, also 10330 kg auf 1 m^2. Die von der Wärme geleistete Arbeit beträgt also $10330\ kg \times 0{\cdot}00366 = 37{\cdot}81$ Meter-Kilogramm.

Anderseits ist die zur Leistung dieser Arbeit nötige Wärme, da 1 m^3 Luft 1·293 kg wiegt, $qct = 1{\cdot}293\ (0{\cdot}237 - 0{\cdot}168) = 0{\cdot}0892$ Kalorien.

Einer Kalorie entspricht also eine Arbeit von $37{\cdot}81 : 0{\cdot}0892 = 424$ Meter-Kilogramm.

Diesen Zusammenhang hat Joule durch zahlreiche Versuche (1843—1850) bestätigt.

Nach dieser Anschauung, daß die Wärme eine Bewegungsenergie ist, befinden sich die Moleküle eines Körpers nicht in Ruhe, sondern sie vollführen sehr rasche Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage.

Wird einem Körper Wärme zugeführt, so vermehrt ein Teil

derselben die lebendige Kraft der Körpermoleküle (erhöht die Temperatur des Körpers), ein anderer Teil dient zur Vollführung einer Arbeit, die selbst zweifacher Art sein kann: ein Teil derselben kann dazu verwendet werden, um das Volumen des Körpers zu vergrößern und so den äußeren Druck z. B. den Luftdruck zu überwinden (äußere Arbeit); ein anderer Teil dieser Arbeit wird zur Überwindung der Kohäsionskräfte, d. i. zur Änderung des Aggregatzustandes verwendet (innere Arbeit).

Ein Asteroid von 1000 *kg* verliert in der Luft 7·42 *km* von seiner Geschwindigkeit; welche Wärmemenge wird dadurch entwickelt?

Welche mechanische Arbeit ist nötig, um 1 *kg* Eis von 0^0 in Dampf von 100^0 zu verwandeln?

1 *kg* Blei (spezifische Wärme = 0·03) fällt von einer Höhe von 100 *m* herab; um wieviel steigt die Temperatur des Bleikörpers unter der Voraussetzung, daß die ganze lebendige Kraft in Wärme verwandelt wird?

Ein Körper von 1926 *kg* Gewicht soll durch Wärme eine Geschwindigkeit von 10 *m* erhalten; wie viel Kalorien sind dazu nötig?

14. Wie lassen sich die verschiedenen Dampfmaschinen einteilen?

Die Dampfmaschine ist eine Vorrichtung, mittels welcher durch die Expansion des Wasserdampfes Bewegung hervorgebracht wird.

Die wesentlichen Teile einer jeden Dampfmaschine sind: der Dampfkessel, der Dampfzylinder mit dem Kolben und der Kolbenstange, die Steuerung und der Übertragungsapparat.

Der Dampfkessel hat die Aufgabe, den zum Betriebe der Dampfmaschine erforderlichen Dampf in der gehörigen Spannung und in hinreichender Menge zu liefern. Die Nebenvorrichtungen des Kessels sind: das Sicherheitsventil, der Wasserstandzeiger, das Manometer.

Der Dampfzylinder ist ein weites, an beiden Enden bis auf die nötigen Öffnungen zum Ein- und Auslassen des Dampfes verschlossenes Rohr, in welchem ein dampfdicht an die Wände anschließender Kolben sich möglichst leicht auf und nieder bewegt. Der aus dem Dampfkessel durch eine Röhre unter den Kolben strömende Dampf treibt ihn in die Höhe; ist der Kolben oben angekommen, so wird der eingelassene Dampf abgeführt und ein neuer strömt über den Kolben und drückt ihn herunter. Es wird der Kolben mit einer Kraft getrieben, welche gleich ist dem Unterschiede des Druckes von beiden Seiten.

Die Vorrichtung, durch welche der Dampf aus dem Dampfkessel abwechselnd ein- und abgeführt wird, heißt Steuerung.

Die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens wird in eine drehende Bewegung umgesetzt, indem die an dem Kolben befindliche Kolbenstange mittels einer durch ein Gelenk mit ihr verbundenen Schubstange auf eine Kurbel wirkt und dadurch eine mit einem Schwungrade versehene Welle umdreht.

Das Schwungrad hat den Zweck, Ungleichförmigkeiten im Gange der Maschine auszugleichen. An der Achse des Schwungrades ist eine exzentrische Scheibe befestigt, welche sich mit ihr umdreht und zur Bewegung des Schieberventils dient.

Die zahllosen Varietäten der Dampfmaschinen lassen sich nach folgenden Gesichtspunkten gruppieren:

1. Nach der Dauer des Dampfzuflusses: in Volldruck- und Expansionsmaschinen, je nachdem während des ganzen Kolbenganges der Dampf einströmt, also mit derselben Spannkraft wirkt, oder nicht.

2. Nach der Beseitigung des wirksam gewesenen Dampfes: in Maschinen mit und ohne Kondensator; der Kondensator ist ein geschlossener Raum, der mit dem Dampfzylinder in Verbindung steht und durch kaltes Wasser stets auf niederer Temperatur gehalten wird.

3. Nach der Spannkraft des Dampfes: in Niederdruckmaschinen (von 1 bis $1^1/_2$ Atmosphären), Mitteldruckmaschinen ($1^1/_2$ bis 3 Atmosphären), Hochdruckmaschinen (mit noch höherer Spannkraft).

Die Niederdruckmaschinen haben einen Kondensator.

Bei Hochdruckmaschinen läßt man den alten Dampf in die Luft strömen.

4. Nach der Transmission: in direkt und indirekt wirkende Maschinen und letztere wieder in Maschinen ohne und mit Balancier.

5. Nach dem Orte der Wirksamkeit: in stationäre und bewegliche Maschinen und letztere wieder in Schiffsmaschinen, Lokomobilen und Lokomotiven.

Die ursprünglich einfach wirkenden Maschinen wurden im Jahre 1769 vom Mechaniker James Watt in Glasgow in doppelt wirkende verwandelt.

Die erste Lokomotive wurde vom englischen Ingenieur Stephenson im Jahre 1814 und das erste Schraubendampfschiff von Ericson und Smith im Jahre 1839 in Amerika gebaut.

Die Schiffsmaschine ist eine gekuppelte Niederdruckmaschine, d. h. sie besteht aus zwei so miteinander verbundenen Maschinen, daß die Kurbeln derselben einander unterstützen und zur Gleichförmigkeit der Bewegung eines Schwungrades nicht bedürfen.

Die **kalorische** oder **Heißluftmaschine** wird durch erhöhte Spannkraft heißer, atmosphärischer Luft in Bewegung gesetzt. Wichtiger als die kalorischen Maschinen sind die weit mehr in Gebrauch gekommenen **Gaskraftmaschinen**. Bei der Gasmaschine von **Lenoir** wird der Kolben durch die Spannkraft eines mittels eines Induktionsfunkens entzündeten Gemenges von Leuchtgas und atmosphärischer Luft in Bewegung gesetzt.

Der innere Durchmesser des Zylinders einer Niederdruckmaschine ohne Expansion beträgt 0·9 *m*, die Kolbenhubhöhe = 1·2 *m*, die Zahl der Doppelhube in 1 Minute = 24, der Dampfdruck = 1·2 Atmosphären und der Gegendruck = 0·05 Atmosphären. Wie groß ist (in Pferdekräften ausgedrückt) *a*) die theoretische Leistung der Maschinen? *b*) Der 12stündige Wasserverbrauch und der Kohlenverbrauch, wenn man für jede Pferdekraft pro Stunde 3·2 *kg* Wasser und 2·5 *kg* Kohlen rechnet?

Anmerkung. Die effektive Leistung oder der Nutzeffekt = 0·6 der theor. Leistung.

15. Wie bestimmt man den Feuchtigkeitsgrad der Luft?

Infolge der Verdunstung des Wassers an der Erdoberfläche ist in der Luft stets mehr oder weniger Wasserdampf enthalten. Das Gewicht des in einer Volumseinheit Luft zu irgend einer Zeit enthaltenen Wasserdampfes nennt man den jeweiligen **absoluten** Feuchtigkeitsgehalt der Luft. Der **relative** Feuchtigkeitsgehalt ist der Quotient aus dem Gewichte q des in einem bestimmten Volumen Luft enthaltenen Wasserdampfes und dem Gewichte Q des Wasserdampfes, welchen die Luft bei ihrer Temperatur aufnehmen könnte. Das 100fache des relativen Feuchtigkeitsgehaltes, nämlich $F = \frac{100q}{Q}$, nennt man den **Feuchtigkeitsgrad** der Luft. Da sich bei derselben Temperatur die Gewichte der in einem bestimmten Volumen vorhandenen Dünste wie ihre Spannkräfte verhalten, so kann man auch $F = \frac{100e}{E}$ setzen, wenn e die Spannkraft der jeweilig vorhandenen Dünste und E das bei der herrschenden Temperatur entsprechende Spannkraftmaximum derselben bedeutet. Während E aus Tabellen über die Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes entnommen wird, muß e durch Versuche bestimmt werden.

Man findet die wirklich vorhandene Spannkraft, indem man die zu untersuchende Luft bis zu jener Temperatur abkühlt, bei welcher der ungesättigte Dampf sich in gesättigten verwandelt. Kennt man diese Temperatur, **Taupunkt** genannt, so entnimmt man e wieder

aus den oben angeführten Tabellen. Zur Bestimmung des Taupunktes dient das Kondensationshygrometer von Daniell.

Es besteht aus zwei miteinander kommunizierenden Glaskugeln *A* und *B*. *A* ist zur Hälfte mit Äther gefüllt, enthält ein Thermometer zur Ablesung der Temperatur und ist von außen teilweise vergoldet; *B* ist mit einem Stück feiner Leinwand umwickelt. Tröpfelt man auf die Leinwand Äther, so kühlt dieser bei der Verdunstung die Kugel *B* stark ab, der Ätherdampf in derselben kondensiert sich und es strömt Dampf von *A* nach *B*, wodurch auch die Temperatur des Äthers in *A* fortwährend sinkt. Beschlägt sich *A* mit Tau, so gibt das Thermometer in derselben den Taupunkt der Luft an.

Apparate, welche dazu dienen, die Veränderungen des Feuchtigkeitsgrades der Luft anzugeben, ohne eine genaue Messung zu gestatten, heißen Hygroskope. Sie beruhen auf der Einwirkung der Feuchtigkeit auf manche Tier- und Pflanzenstoffe.

Entfettetes menschliches Haar verlängert sich, eine Darmsaite verkürzt sich durch Aufnahme von Feuchtigkeit. Granen von Samen (Storchschnabel). Kobaltchlorür ist bei trockener Luft blau, in feuchter Luft rötlich.

16. Welches sind die verschiedenen Formen des atmosphärischen Niederschlages?

Die Verdichtung des Wasserdampfes der Atmosphäre zu den tropfbar flüssigen oder festen Formen des Wassers nennt man einen atmosphärischen Niederschlag. Die verschiedenen Formen des atmosphärischen Niederschlages sind: Nebel, Wolken, Regen, Schnee, Hagel, Tau, Reif.

Verdichtet sich der Wasserdampf zu Tröpfchen, so bilden die in der Nähe der Erdoberfläche schwebenden Massen die Nebel und in größerer Entfernung die Wolken. Regen entsteht durch die Vereinigung der Nebel- und Wolkentröpfchen zu Tropfen, die durch ihre eigene Schwere herabfallen.

Meistens vergrößern sich die Tropfen während des Falles durch fortgesetzte Kondensation an ihrer Oberfläche, weshalb dann die Regenmenge mit der Tiefe wächst; kommen aber die niederfallenden Tropfen durch sehr trockene Luftschichten, so verdampfen sie zum Teil wieder, weshalb dann in der Höhe eine größere Menge Regen fällt als in der Tiefe.

Stürzt das Wasser einer Wolke in großer Menge und mit Heftigkeit herab, so nennt man einen solchen Regen einen Wolkenbruch; gewöhnlich entstehen Wolkenbrüche dadurch, daß die Wolkenmasse von zwei entgegengesetzten Luftströmungen erfaßt und dabei zusammengedrückt wird.

Fällt ein Regen, dessen Temperatur nur wenig über Null beträgt, auf den unter 0° erkalteten Boden, so gefriert derselbe und es bildet sich das Glatteis (Eisbruch).

Der Schnee entsteht, wenn der Niederschlag des Wasserdampfes bei einer Temperatur unter Null erfolgt. Aus der Form der Schneeflocken folgt, daß das Wasser im hexagonalen Systeme kristallisiert, denn dieselben bestehen aus einer Menge hexagonaler Nadelkristalle; die weiße Farbe und die Undurchsichtigkeit der Schneeflocken rühren von der totalen Reflexion her.

Sind die untern Luftschichten warm, so schmelzen die Schneeflocken während des Falles und kommen als Regentropfen herab. Tauen jedoch die Schneeflocken in den unteren Luftschichten nicht vollständig auf, so sickern sie zu kleinen undurchsichtigen Schneeklümpchen zusammen und es entsteht der sogenannte Graupelregen. Größere mit einer Eisrinde bedeckte Graupeln nennt man Schlossen.

Der Hagel besteht aus Eiskörnern, welche von konzentrischen Eishüllen umgeben sind, die wahrscheinlich durch wiederholtes lokales Aufsteigen sehr feuchter Luftströme gebildet werden. Er tritt im Gefolge von Gewittererscheinungen auf.

Die jährlich niederfallende Regenmenge wird durch Ombrometer gemessen und durch diejenige Höhe (in *cm*) ausgedrückt, zu welcher der Regen (Schnee wird in Wasser verwandelt) ansteigen würde, wenn kein Fortfließen, Einsickern und Verdunsten stattfände.

Der Tau ist ein Niederschlag in Form von feinen Wassertropfen, der auf Körpern entsteht, welche sich durch Ausstrahlung unter den Taupunkt abgekühlt haben. Liegt dieser unter dem Gefrierpunkte, so entsteht ein Niederschlag von feinen Eisnadeln: Reif.

Eine Wolkendecke hindert die Taubildung, weil sie die ausgestrahlte Wärme wieder zurückwirft; der Wind, weil derselbe durch Zufuhr neuer Luftschichten die Ausstrahlung ersetzt. Tau und Reif erscheinen reichlicher an Pflanzen (besonders an Gräsern) als auf dem nackten Erdboden, weil dieselben ihre Wärme durch stärkere Ausstrahlung schneller verlieren.

17. Welches sind die Wärmeerscheinungen in der Atmosphäre?

Die Atmosphäre würde im Gleichgewichte sein, wenn an allen Orten der Erde der auf den Meeresspiegel reduzierte Barometerstand der gleiche wäre. Durch die wechselnde Stellung der Sonne und durch die ungleiche Erwärmung und Abkühlung der verschiedenen Stellen der Erdoberfläche wird aber eine Ungleichheit des Druckes an verschiedenen Orten hervorgebracht. Dann fließt die Luft von den Stellen höheren Druckes zu denen niederen Druckes ab. Diese Bewegung der Luft heißt Wind.

Die Luft strömt vom Luftdruck-Maximum zum Minimum nicht in gerader Linie ab, sondern wird durch die Drehung der Erde um

ihre Achse auf der Nordhalbkugel nach rechts abgelenkt. Damit ist die Bewegung im Wirbel bestimmt; die Luft umkreist das Luftdruck-Minimum in spiraligen Bahnen. Auf der nördlichen Halbkugel ist diese Bewegung der Drehung des Uhrzeigers entgegengesetzt. Im Luftdruck-Maximum erfolgt die Luftbewegung ebenfalls in spiralförmigen Bahnen, aber in der Richtung des Uhrzeigers. Kehrt man dem Wind den Rücken, so weist die linke, etwas nach vorn gehobene Hand auf das Gebiet niedrigen Druckes, die rechte, nach rückwärts gehoben, auf das Gebiet hohen Luftdruckes hin. Windgesetz von Buys-Ballot 1862.

Die am Luftdruck-Minimum aufgestiegene Luft geht in höheren Luftschichten nach den Stellen zurück, von denen der Zufluß kam. Die Minima verschieben sich bald langsamer, bald schneller, in unseren Breiten nach Osten hin. Am Äquator, wo die Luft gerade aufsteigt, ist gewöhnlich kein Wind zu bemerken (Region der Kalmen). Da der Wind um ein Luftdruck-Minimum spiralförmig herumwirbelt, so treten an den Grenzen des Windstillengürtels oft heftige Wirbelwinde auf. Im Sommer rückt die Region der Kalmen mehr nach Norden, im Winter nach Süden.

Eine Linie, welche alle Orte gleichen reduzierten Barometerstandes miteinander verbindet, heißt eine Isobare; die Anzahl von Millimeter, um welche der Barometerstand abnimmt, wenn man in der Richtung senkrecht zu dieser Isobaren um die Größe eines Meridiangrades fortschreitet, heißt der Gradient; je größer der Gradient ist, desto heftiger wird der Wind.

Ein Wind, der die Geschwindigkeit von 15 *m* in der Sekunde überschreitet, wird Sturm genannt.

An den Küsten des Meeres herrscht am Tage See- und während der Nacht Landwind, morgens und abends von Windstille unterbrochen.

Das Land erwärmt sich tagsüber leichter und stärker als das Meer. Abends ist es umgekehrt, da das Land viel schneller erkaltet als das Meer.

III. Chemie.

1. Wodurch unterscheidet sich ein mechanisches Gemenge von einer chemischen Verbindung?

Der Unterschied zwischen einem mechanischen Gemenge und einer chemischen Verbindung läßt sich an Schwefel (*S*) und Eisen (*Fe*) recht auffallend zeigen. *Fe* und *S* lassen sich in jedem Verhältnisse mengen. Die verschiedenen Teilchen sind — wenn nicht mit freiem Auge, so doch mittels eines Mikroskops — deutlich erkennbar und auf mechanischem Wege, z. B. mit Hilfe eines Magnets oder durch Abschlämmen mit Wasser trennbar. Übergießt man das Gemenge

a) mit Schwefelkohlenstoff, so löst sich der Schwefel auf und das Eisen bleibt;

b) mit verdünnter Schwefelsäure, so entweicht ein geruchloses Gas und es bildet sich eine grünliche Flüssigkeit, in welcher der gelbe Schwefel schwimmt.

$$H_2SO_4 + Fe + S = FeSO_4 + H_2 + S.$$

Wird ein Gemenge von 4 Gewichtsteilen *S* und 7 Gewichtsteilen *Fe* in einem Glaskolben erhitzt, bis es an der erhitzten Stelle zu glühen beginnt, so setzt sich das Glühen durch die ganze Masse auch außerhalb der Flamme fort; nach erfolgter Abkühlung bleibt eine durchaus gleichartige schwarze, spröde Masse zurück, die selbst fein zerrieben (bei der Wiederholung der obigen Versuche mit dem Mikroskop, dem Magnet und dem Auflösungsmittel Schwefelkohlenstoff) weder Eisen —, noch Schwefelteilchen erkennen läßt.

Dieser neue durch chemische Verbindung von *S* und *Fe* entstandene, von den Bestandteilen wesentlich verschiedene Körper heißt Schwefeleisen (*FeS*). Übergießt man *FeS* mit verdünnter Schwefelsäure, so entwickelt sich ein übelriechendes Gas, während dieselbe grünliche Flüssigkeit entsteht wie früher, in welcher jedoch kein Schwefel sich befindet.

$$FeS + H_2SO_4 = H_2S + FeSO_4.$$

Wenn man *S* und *Fe* in einem andern Verhältnis als 4 : 7 mischt und erhitzt, so bleibt entweder *S* oder *Fe* zurück, welches

nicht in die chemische Verbindung eingegangen ist. Zwei Stoffe verbinden sich chemisch vollkommen nur dann, wenn sie in bestimmten festen Gewichtsverhältnissen stehen. (Gesetz der konstanten Gewichtsverhältnisse.) Das Gewicht einer chemischen Verbindung ist gleich der Summe der Gewichte der verbundenen Stoffe. (Gesetz der Erhaltung der Stoffmenge, Lavoisier 1782.)

2. Wie werden die chemischen Grundstoffe eingeteilt?

So sehr verschieden aussehend die uns von der Natur gebotenen Körper sind, so hat man bis jetzt doch nur zirka 70 solcher Stoffe daraus darstellen können, welche sich nicht weiter in andere Stoffe zerlegen lassen; man nennt die letzteren chemische Grundstoffe oder Elemente.

Die chemischen Grundstoffe kann man einteilen:

a) in feste, flüssige und luftförmige. Von den wichtigsten Grundstoffen sind nur zwei flüssig: *Hg* und Brom, vier gasförmig: *O*, *N*, *H* und *Cl*, die meisten sind fest.

b) in Metalle und Metalloide; die ersteren zeichnen sich durch lebhaften Glanz, ein hohes spezifisches Gewicht und durch gute Leitungsfähigkeit für Elektrizität und Wärme vor den letzteren aus.

Die wichtigsten Metalloide sind: *O*, *H*, *N*, *S*, *P*, *Si*, *C*, *Cl*, *J*, *Br*, *Fl*.

c) Eine wichtigere Einteilung der Elemente ergibt sich aus ihrem Verhalten zum Wasserstoff, welchen man als Normalelement annimmt.

1 Atom Chlor bindet nur 1 Atom Wasserstoff; man nennt *Cl* einwertig.

1 Atom *O* bindet 2 Atome *H*; Sauerstoff ist zweiwertig.

Stickstoff ist dreiwertig, weil 1 Atom desselben 3 Atome *H* bindet: $NH_3 =$ Ammoniak.

C ist vierwertig, weil 1 Atom *C* 4 Atome *H* bindet: $CH_4 =$ Grubengas.

Einwertig sind: *H*, *Cl*, *Br*, *J*, *Fl*, *K*, *Na*, *Ag*.

Zweiwertig sind: *O*, *S*, *Ca*, *Cu*, *Fe*, *Hg*, *Mn*, *Pb*, *Zn*.

Dreiwertig sind: *N*, *P*, *Al*, *As*, *Au*, *Ni*, *Sb*.

Vierwertig sind: *C*, *Pt*, *Si*, *Sn*.

Gleichwertige Elemente sind geeignet, einander in Verbindungen vollständig zu ersetzen. Sind in einer chemischen Verbindung die Bestandteile nach ihrer Wertigkeit vorhanden, so heißt sie gesättigt.

Gesättigte binäre Verbindungen sind somit leicht anzuschreiben: z. B. FlH, ClK, Cl_2Ca, $AuCl_3$, $AgCl$, $SbCl_3$, $SnCl_4$, Na_2O, FeO, CuO, ZnO, Sb_2O_3, SH_2, PH_3, CH_4, CO_2, H_2O.

Unter den ungesättigten Verbindungen zeichnen sich manche durch ihre Innigkeit aus, so daß sie unverändert aus einer Verbindung in eine andere (wie ein Element) übergehen; man nennt solche Verbindungen zusammengesetzte Radikale; wie z. B. $NC = Cy$ (Cyan), $NH_4 = Am$ (Ammonium), $NO_2 =$ Nitril (I), $SO_2 =$ Sulfuril (II), $PO_3 =$ Phosphortrioxyd (III).

Anmerkung. Man ist auch übereingekommen, mit den chemischen Zeichen nicht nur die Elemente selbst, sondern auch ihre Verbindungsgewichte zu bezeichnen. Es bedeutet also: *Cl* (*Na*) nicht nur den Stoff Chlor (Natrium), sondern auch die Zahl 35·5 (23).

ClNa heißt also: 35·5 Gewichtsteile Chlor geben mit 23 Gewichtsteilen Natrium 58·5 Gewichtsteile Chlornatrium.

H_2SO_4 heißt: 2 Gewichtsteile Wasserstoff, 32 Gewichtsteile Schwefel und 4 . 16 Gewichtsteile Sauerstoff geben 98 Gewichtsteile Schwefelsäure.

Wie viel *Cl* ist in 5 *g* Cl_2Ca enthalten?

Man hat 3 *g* Wasserstoffgas; wie viel *g* Sauerstoff muß man dazu nehmen, um die chemische Verbindung H_2O zu erhalten?

Wie viel *O* ist in 10 *g* CO_2 enthalten?

Aus 15 *g* *Cu* will man $CuCl_2$ erhalten; wie viel *g* *Cl* ist dazu notwendig?

3. Welcher Zusammenhang besteht zwischen einem Molekül und einem Atom eines Grundstoffes?

Die letzten Urteilchen, welche mit dem ursprünglichen Körper stofflich vollkommen übereinstimmen, nennt man Moleküle; die Moleküle eines zusammengesetzten Körpers sind durch chemische Mittel noch weiter in stofflich verschiedene Teilchen, in Atome zerlegbar. Ein Atom ist die kleinste Menge eines Grundstoffes, welche in das Molekül einer chemischen Verbindung eintreten kann. Daß auch ein Molekül eines Grundstoffes aus gleichstoffigen Atomen zusammengesetzt ist, läßt sich am leichtesten an den gasförmigen Elementen zeigen. Da alle Gase, mögen sie einfach oder zusammengesetzt sein, bei gleichen Veränderungen des Druckes und der Temperatur gleiche Veränderungen des Volumens erleiden, so nimmt man an, daß bei gleichem Drucke und gleicher Temperatur gleiche Volumina gleich viel Moleküle enthalten, oder was dasselbe ist, daß die Gasmoleküle gleich groß sind. (Gesetz von Avogadro 1811).

1 Volumen *Cl* und 1 Volumen *H* verbinden sich unter dem Einflusse des Lichtes zu 2 Volumina *ClH*, wenn der Druck und die Temperatur konstant bleibt.

Nehmen wir an, daß 1 Volumen *H* 100 Moleküle des Gases enthält, so muß das Volumen 1 mit *Cl* auch 100 Moleküle und die 2 Volumina *HCl* 200 Moleküle Chlorwasserstoff enthalten. Jedes Molekül des zusammengesetzten Körpers muß mindestens aus je 1 Atom der Bestandteile zusammengesetzt sein. Danach sind in 200 Molekülen *HCl* mindestens 200 Atome *H* und 200 Atome *Cl* enthalten. Jedes Molekül *H* (*Cl*) muß also zum mindesten aus 2 Atomen *H* (*Cl*) bestehen.

Wiederhole dieselbe Schlußweise bei folgendem Experiment: 2 Volumina *H* und 1 Volumen *O* von mehr als 100° geben durch einen elektrischen Funken Wasser, welches in Dampfform unter demselben Drucke und derselben Temperatur 2 Volumina einnimmt.

Durch derartige Versuche hat man gefunden, daß die Moleküle der gasförmigen Elemente — und auch anderer — aus 2 Atomen bestehen. Nur *P* und *As* ist vieratomig, *Hg* und Kadmium einatomig; im letzteren Falle ist also Atom und Molekül identisch.

4. Welche chemischen Grundstoffe besitzen die Eigenschaft der Allotropie?

Die Eigenschaft eines Stoffes, mehrere Zustände anzunehmen, in denen der Stoff zwar derselbe bleibt aber ganz verschiedene physikalische Eigenschaften zeigt, nennt man Allotropie und jene Zustände heißen allotropische Modifikationen. Allotropische Substanzen sind:

a) Sauerstoff = *O*. Der Sauerstoff (Priestley, Scheele, Lavoisier 1774) ist ein farb- und geruchloses Gas, welches sich ohne Mitwirkung von Wärme nur mit wenigen Körpern (Kalium, Natrium) verbindet. Läßt man durch Sauerstoff elektrische Funken schlagen, so nimmt derselbe einen eigentümlichen chlorähnlichen Geruch an und heißt Ozon. Ozon ist $1\frac{1}{2}$ mal dichter als Sauerstoff und geht leichter Verbindungen ein; es zersetzt Jodkalium, es bildet sich K_2O, *O* und *J*. Da Stärke durch *J* blau gefärbt wird, so wird auch Jodkaliumstärkepapier gebläut. Erhitzt man Ozon auf 200°—300°, so geht es wieder in gewöhnlichen Sauerstoff über.

b) Schwefel = *S*. Der Schwefel (Brand 1669) ist ein bei gewöhnlicher Temperatur fester, spröder Körper von blaßgelber Farbe, geschmack- und geruchlos. Bei 114·5° geschmolzen, ist er

hellgelb, dünnflüssig; steigert man die Temperatur, so beginnt er bei 150⁰ dickflüssig und dunkel zu werden; bei 250⁰ kehrt die frühere dünne Flüssigkeit, aber nicht die hellere Farbe zurück. Bei 450⁰ siedet er und verwandelt sich in ein dunkelrotbraunes Gas, welches sich beim Abkühlen zu einem gelben Pulver verdichtet. Man sagt: S ist sublimierbar. Gießt man den dickflüssigen Schwefel in kaltes Wasser, so erhält man eine braune, weiche, elastische Masse (den sogenannten amorphen Schwefel), welche sich erst nach einigen Tagen wieder in den gewöhnlichen Schwefel verwandelt. Der gewöhnliche S ist leicht löslich in Schwefelkohlenstoff (CS_2) und in Terpentinöl; der amorphe nicht.

c) Phosphor $= P$. Der gewöhnliche P ist bei mittlerer Temperatur fest, schwach gelblich, durchsichtig und biegsam; in der Kälte wird er hart und spröde; er schmilzt bei 44⁰ und brennt bei 60⁰. Bei Luftabschluß erhitzt, wird er bei 240⁰ rot und bei 290⁰ verwandelt er sich in Dampf.

Der gewöhnliche Phosphor gibt an der Luft einen weißen Rauch, der knoblauchartig riecht und im Dunkeln leuchtet; er ist in Äther und Schwefelkohlenstoff löslich und ein heftig wirkendes Gift.

Der rote Phosphor (entdeckt von Prof. Schrötter in Wien 1850) ist unlöslich in CS_2, raucht nicht an der Luft, entzündet sich erst bei 260⁰ und ist nicht giftig. Er wird zur Herstellung der Streichflächen für schwedische Zündhölzer gebraucht.

d) Kohlenstoff $= C$. C existiert in drei allotropischen Zuständen: als Diamant, als Graphit und als amorpher Kohlenstoff.

Der Diamant kristallisiert in tesseralen Formen, besitzt unter allen Körpern die größte Härte, ausgezeichneten Glanz, vollkommene Durchsichtigkeit und sehr große lichtbrechende Kraft.

Der Graphit ist eine dunkelgraue, metallisch glänzende Masse, die zu Schmelztiegeln und Bleistiften verarbeitet wird; er kristallisiert in sechsseitigen Plättchen.

Der amorphe Kohlenstoff bildet sich, wenn organische Gebilde ohne Luftzutritt geglüht werden.

C ist in allen seinen drei Allotropien ein geschmack- und geruchloser, unschmelzbarer aber brennbarer Körper. In der Glühhitze ist er im stande, sauerstoffreichen Verbindungen ihren O zu entziehen, um sich mit ihm zu CO_2 zu verbinden; man sagt: C ist ein Reduktionsmittel. In allen Flüssigkeiten ist er unlöslich, nur im geschmolzenen Eisen ist er löslich und scheidet sich beim Erkalten als Graphit ab.

5. Es sind die wichtigsten Sauerstoffverbindungen anzuführen.

Der Sauerstoff (O) ist der verbreitetste Körper, indem er nicht nur im freien Zustande in der atmosphärischen Luft vorkommt, von welcher er nahezu 21% dem Volumen nach und 23% dem Gewichte nach ausmacht, sondern auch chemisch verbunden mit anderen Stoffen, namentlich im Wasser, von dessen Gewicht er 0·9 ausmacht.

Reinen Sauerstoff erhält man durch Erhitzen von chlorsaurem Kali: $KClO_3$; man erhält Kaliumchlorid und Sauerstoff nach der Gleichung: $2\,KClO_3 = 2\,KCl + 3\,O_2$.

Sauerstoff verbindet sich mit allen einfachen Körpern (mit Ausnahme von Fl); die so entstandenen Verbindungen heißen im allgemeinen Oxyde. Erfolgt die Verbindung des O mit einem andern Stoffe unter Licht- und Wärmeentwicklung, so nennt man diesen Verbindungsvorgang eine Verbrennung.

1. Beim Verbrennen von S an der Luft bildet sich $SO_2 =$ Schwefeldioxyd oder schweflige Säure; sie ist ein farbloses Gas, hat einen stechenden Geruch, reizt, eingeatmet, zum Husten und unterhält das Brennen der Körper nicht. Die schweflige Säure verdichtet sich bei —10° zu einer farblosen Flüssigkeit, welche beim Verdunsten eine bedeutende Kälte erzeugt; bei —78° wird sie fest. Die wässerige schweflige Säure wird zum Bleichen von Wolle, Seide und Stroh benutzt.

2. Beim Verbrennen von Kohlenstoff bei Zutritt von wenig Luft bildet sich Kohlenoxyd $= CO$. CO ist äußerst giftig und verursacht, schon in geringer Menge eingeatmet, den Tod.

Unglücksfälle durch Schließen der Ofenklappen.

CO brennt mit blauer Flamme und verwandelt sich durch Sauerstoffaufnahme in $CO_2 =$ Kohlensäure. CO_2 ist ein farbloses, beinahe geruchloses Gas von schwach saurem Geschmack, welches das Verbrennen der Körper nicht unterhält und, in größerer Menge eingeatmet, tötlich wirkt. Kohlensäure ist eine flüchtige Säure, schwerer als die Luft und verdichtet sich bei 0° unter einem Drucke von 36 Atmosphären zu einer farblosen Flüssigkeit, die an der Luft augenblicklich Gasform annimmt und dabei so viel Wärme bindet, daß die übrige Flüssigkeit fest wird. Die Temperaturerniedrigung ist hiebei —70°.

3. O gibt mit N 5 verschiedene Verbindungen: $N_2\,O =$ Stickstoffoxydul; $N_2\,O_2 = NO$ Stickstoffoxyd; $N_2\,O_3 =$ Stickstofftrioxyd, $N_2\,O_4 = NO_2$ Untersalpetersäure und $N_2\,O_5 =$ Salpetersäureanhydrid.

Sauerstoff gibt mit Mangan 5 verschiedene Verbindungen: $Mn_2 O_2$ = Manganoxydul, $Mn_2 O_3$ = Manganoxyd, $Mn_2 O_4$ = Manganhyperoxyd, $Mn_2 O_6$ = Mangansäure und $Mn_2 O_7$ = Hypermangansäure.

Die wässerige Salpetersäure HNO_3 ist im reinen Zustande eine farblose Flüssigkeit, hat einen unangenehmen Geruch und rötet blaues Lackmuspapier; sie zersetzt sich am Lichte in Stickstoffdioxyd und Sauerstoff und wird dadurch gelb. Organische Substanzen werden von ihr gelb gefärbt und Metalle mit Ausnahme von Gold und Platin unter Entwicklung roter Dämpfe aufgelöst. Verdünnte Salpetersäure wird Scheidewasser genannt.

6. Es sind die wichtigsten Wasserstoffverbindungen anzuführen.

Um Wasserstoffgas in größerer Menge zu erhalten, löst man granuliertes *Zn* in verdünnter Schwefelsäure auf. Man erhält Zinksulfat und Wasserstoffgas nach der Gleichung: $H_2SO_4 + Zn = ZnSO_4 + H_2$.

Das Wasserstoffgas ist farb-, geruch- und geschmacklos, brennt angezündet mit einer schwach leuchtenden, aber sehr heißen Flamme, unterhält aber das Brennen anderer Körper nicht. Wasserstoffgas ist $14^1/_2$mal leichter als die Luft. Ein Gemenge von Luft und Wasserstoffgas liefert das Knallgas.

Die wichtigsten Verbindungen des Wasserstoffes sind: Salzsäure, Flußsäure, Ammoniak; Schwefelwasserstoff, Phosphor- und Kohlenwasserstoff.

1. Die Salzsäure = HCl erhält man durch Erhitzen von Kochsalz und Schwefelsäure; es ist nämlich:

$$2\,Na\,Cl + H_2\,SO_4 = 2\,H\,Cl + Na_2\,SO_4;$$

HCl riecht sauer, rötet Lackmuspapier und greift die Atmungsorgane stark an; die meisten Metalle werden in Salzsäure aufgelöst und bei Entwicklung von H_2-gas in Chlormetalle verwandelt.

2 Teile Salzsäure mit 1 Teil Salpetersäure gemischt, geben das Königswasser, in welchem Gold und Platin aufgelöst werden.

2. Die Flußsäure HFl stellt man dar durch Destillation von Flußspat mit Schwefelsäure:

$$Fl_2\,Ca + H_2\,SO_4 = 2\,HFl + Ca\,SO_4.$$

Die Flussäure wird zum Ätzen von Glas benutzt.

3. Ammoniak ist eine gesättigte Verbindung von H und N; die Bildung des $H_3\,N$ erfolgt nur dann, wenn die Bestandteile im

Entstehungszustande zusammentreffen, wie bei der trockenen Destillation stickstoffhältiger Substanzen.

Das H_3N-gas ist farblos und hat einen stechenden Geruch, der zu Tränen reizt; es reagiert alkalisch, d. h. es schmeckt laugenhaft und macht das durch eine Säure gerötete Lackmuspapier wieder blau; H_3N wird vom Wasser absorbiert; das wässerige Ammoniak wird Salmiakgeist genannt.

4. Schwefelwasserstoffgas $= HS_2$ erhält man durch Einwirkung der Schwefelsäure auf Schwefeleisen:

$$H_2SO_4 + FeS = FeSO_4 + H_2S.$$

H_2S ist ein farbloses nach faulen Eiern riechendes Gas, welches auf den tierischen Organismus giftig wirkt und beim Anzünden mit blauer Flamme verbrennt. Silber, Blei und Kupfer werden in Schwefelwasserstoffwasser schwarz. Bleihältiger Wein wird durch Zusatz von Schwefelwasserstoffwasser schwarz oder braun.

5. Phosphorwasserstoffgas $= PH_3$ erhält man durch Erhitzen von P in Kalilauge. PH_3 ist äußerst giftig und an der Luft selbstentzündlich. Rauchringe.

6. Der Wasserstoff gibt mit Kohlenstoff 2 wichtige Verbindungen: $CH_4 =$ den leichten, $C_2H_4 =$ den schweren Kohlenwasserstoff.

CH_4 tritt in der Natur häufig als Produkt einer unter Mitwirkung des Wassers bei Abschluß der Luft vor sich gehenden Zersetzung organischer Substanzen auf (so in den Steinkohlenlagern infolge einer langsam fortschreitenden Zersetzung der Steinkohlen) „Grubengas"; ferner in dem schlammigen Boden der meisten Sumpfwässer „Sumpfgas". CH_4 mit Luft gemischt, gibt ein explosives Gemenge: schlagende Wetter.

$C_2H_4 =$ Äthylen oder ölbildendes Gas ist ein farbloses, ätherisch riechendes Gas, welches mit einer helleuchtenden Flamme brennt; es bildet den Hauptbestandteil des Leuchtgases.

Das Leuchtgas wird aus Steinkohlen gewonnen. Durch Erhitzen von Steinkohlen in tönernen Retorten erhält man: CO, CO_2, H, CH_4, C_2H_4, H_3N, H_2S mit verschiedenen dampfförmigen Verbindungen mit Wasser. Dieses Gemenge wird zunächst durch ein Kühlgefäß (wo sich Wasser und Teer absetzt und H_3N fortgeschafft wird), dann durch Gefäße mit Kalkbrei (um CO und CO_2 zu entfernen) und endlich über Eisenhydroxyd: FeH_2O_2 geleitet, um H_2S zu entfernen. Ist das ganze Eisenerz in SFe umgewandelt, so nimmt man das letztere heraus, um wieder frische Masse einzuführen.

7. Wie werden die verschiedenen Säuren eingeteilt?

Die Säuren kommen in allen drei Aggregatzuständen vor; sie sind im Wasser löslich, haben einen sauern Geschmack, färben blaues Lackmuspapier rot (Lackmus ist ein Farbstoff einer Flechtart) und sind ein Lösungsmittel für Metalle und Metalloxyde. Man unterscheidet Wasserstoff- und Sauerstoffsäuren. Wasserstoffsäuren sind: ClH, BrH, JH und FlH.

Der chemische Bau der Sauerstoff-(O)Säuren entspricht im allgemeinen der Zusammensetzung des Wassers $\left.\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right\} O$ oder $\left.\begin{matrix}H_n\\H_n\end{matrix}\right\} O_n$, wobei die Hälfte des Wasserstoffes durch ein zusammengesetztes Radikal ersetzt wird, z. B. $\left.\begin{matrix}H\\NO_2\end{matrix}\right\} O = HNO_3$ die Salpetersäure, ebenso $HClO_3$ die Chlorsäure.

$\left.\begin{matrix}H_2\\SO_2\end{matrix}\right\} O_2 = H_2SO_4$ die Schwefelsäure; und $\left.\begin{matrix}H_3\\PO\end{matrix}\right\} O_3 = H_3PO_4$ die Phosphorsäure.

Tritt aus einer Sauerstoffsäure der Wasserstoff (als Bestandteil des Wassers) also H_2 mit der dazu nötigen Menge O aus, so entsteht das Anhydrid der Verbindung; $H_2N_2O_6 - H_2O = N_2O_5$ die wasserfreie Salpetersäure in Form prismatischer, farbloser Kristalle.

$H_2SO_4 - H_2O = SO_3$ die wasserfreie Schwefelsäure in langen, farblosen Prismen. $H_6P_2O_8 - H_6O_3 = P_2O_5$ = Phosphorsäure-Anhydrid in Form eines weißen, amorphen Pulvers. Von manchen Säuren kommt nur das Anhydrid vor, z. B. die Kohlensäure CO_2. Die Kohlensäure in der Zusammensetzung H_2CO_3 kommt nicht vor.

Nach der Anzahl der in einer Säure vorkommenden Wasserstoffatome unterscheidet man ein-, zwei- und mehrbasische Säuren; so ist HNO_3 eine einbasische, H_2SO_4 eine zweibasische und H_3PO_4 eine dreibasische Säure.

8. Welche allgemeinen Eigenschaften haben die Basen?

Äußere Kennzeichen der Basen sind folgende: ihr Geschmack ist ätzend und laugenhaft; sie färben rotes Lackmuspapier blau und sind ein Lösungsmittel für Fette. Nach der Substitutionstheorie der Chemie werden die Basen als Wasserstoffverbindungen nach dem Typus Wasser $\left.\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right\} O$ angesehen, wobei aber die Hälfte des H durch

ein Metall ersetzt wird; z. B. $\left.\begin{matrix}H\\Na\end{matrix}\right\} O = NaHO =$ Natriumhydroxyd oder Ätznatron, ebenso $KHO =$ Kaliumhydroxyd oder Ätzkali; $\left.\begin{matrix}H_2\\Ca\end{matrix}\right\} O_2 = CaH_2O_2 =$ Kalziumhydroxyd, d. i. gelöschter Kalk. Eine starke Base ist $NH_3 =$ Ammoniak; die wässerige Lösung von NH_3 wird Salmiakgeist genannt.

Enthält eine Base keinen Wasserstoff, so heißt sie Anhydrid; solche wasserfreie Basen sind: $K_2O =$ Kaliumoxyd, $Na_2O =$ Natriumoxyd, $CaO =$ Kalziumoxyd, $MgO =$ Magnesiumoxyd; ebenso FeO, CuO, PbO.

9. Wie werden die verschiedenen Salze eingeteilt?

Ein Salz ist eine chemische Verbindung, welche aus einer Säure dadurch entsteht, daß an die Stelle des Wasserstoffes der Säure ein Metall tritt. Das Salz wird nach der Säure benannt. Hienach heißen die Salze der:

1. Chlorsäure Chlorate; solche sind: $KClO_3$ (Kaliumchlorat oder chlorsaures Kali) und $NaClO_3$ (Natriumchlorat).

2. Salpetersäure Nitrate; die wichtigsten sind: $NaNO_3 =$ Natriumnitrat (Chilisalpeter), $KNO_3 =$ Kaliumnitrat (Kalisalpeter); $AgNO_3 =$ Silbernitrat (Höllenstein) und $Cu(NO_3)_2 = CuN_2O_6 =$ Kupfernitrat.

3. Schwefelsäure Sulfate, z. B. $FeSO_4$ (Eisensulfat = Eisenvitriol), $CuSO_4$ (Kupfersulfat = Kupfervitriol), $MgSO_4 =$ Magnesiumsulfat (Bittersalz), $CaSO_4 =$ Kalziumsulfat (Gips), $Na_2SO_4 =$ = Natriumsulfat (Glaubersalz) und $K_2SO_4 =$ Kaliumsulfat (ein Bestandteil der Pflanzenaschen, besonders der Seepflanzen).

4. Die Salze der hypothetischen Kohlensäure H_2CO_3 heißen Karbonate; solche sind: $CaCO_3 =$ Kalziumkarbonat (Kalkstein, Marmor, Kreide), $K_2CO_3 =$ Kaliumkarbonat (Pottasche) und $Na_2CO_3 =$ Natriumkarbonat (Soda).

5. Die Salze der Phosphorsäure heißen Phosphate, z. B. $Ca_3(PO_4)_2 = Ca_3P_2O_8 =$ Kalziumphosphat (ein Hauptbestandteil der Knochen).

Sind in einer Säure alle Atome von H durch ein Metall ersetzt, so heißt das Salz ein normales. Wird dagegen nur ein Teil des H in einer Säure durch ein Metall ersetzt, so heißt das Salz ein saures, z. B. $KHSO_4 =$ Kaliumhydrosulfat (saures, schwefel-

saures Kali) und $NaHCO_3$ = Natriumhydrokarbonat (saures, kohlensaures, d. i. doppelt kohlensaures Natron).

Neben den Sauerstoffsalzen kommen noch Haloidsalze vor. Man versteht darunter chemische Verbindungen der Metalle mit den Halogenen: *Cl*, *Br*, *J*, *Fl*; z. B. $ClNa$ = Chlornatrium (Kochsalz), JNa, $BrNa$, $FlNa$; ferner $ClAg$ = Chlorsilber, JAg, $BrAg$; ClK = Chlorkalium, JK, BrK, FlK.

IV. Magnetismus.

1. Welches sind die magnetischen Grunderscheinungen?

1. Ein Körper wird ein Magnet genannt, wenn er die Eigenschaft hat, kleine Eisenstücke anzuziehen und selbe mit einer gewissen Kraft festzuhalten.

Diejenigen Körper, welche diese Anziehung oder die magnetische Kraft schon im natürlichen Zustande äußern, wie der in der Erde vorkommende Magneteisenstein, heißen natürliche Magnete; diejenigen hingegen, welche erst durch eine künstliche Behandlung diese Kraft erlangen, werden künstliche Magnete genannt. Zur Erzeugung künstlicher Magnete eignet sich am besten der Stahl.

2. Taucht man einen Magnet in Eisenfeilspäne, so haften diese nicht überall in gleicher Menge und gleicher Stärke, sondern es zeichnen sich meist zwei gegenüberliegende Stellen aus, an denen sie sich in ziemlich langen Büscheln festgesetzt haben. Diese beiden Stellen der stärksten Anziehung heißen Pole und die sie verbindende Gerade Achse des Magnets. Von den Polen an nimmt die Anziehung nach der Mitte zu ab; in der Mitte selbst ist sie Null. Indifferenzstelle.

Es gibt keinen Magneten mit nur einem Pol; dagegen kann ein Stabmagnet 3 Pole haben.

3. Wird ein Magnet so aufgehängt, daß er sich in einer horizontalen Ebene leicht drehen kann, so wendet er sich stets mit einem und demselben Pole gegen Norden, demnach mit dem anderen Pole gegen Süden; man nennt deswegen ersteren den Nordpol und letzteren den Südpol.

Die europäischen Völker lernten den Gebrauch der Magnetnadel als Orientierungsmittel erst im 13. Jahrhundert.

4. Hat man an einem Magnetstabe den N- und S-Pol ausgemittelt und nähert diese Pole nacheinander den Polen einer Magnetnadel, so findet man, daß die gleichnamigen Pole einander abstoßen, die ungleichnamigen dagegen einander anziehen. (1543 von Georg Hartmann in Nürnberg.)

5. Ein kurzes Eisenstäbchen erlangt, wenn man es mit einem Magnetpole in Berührung, oder falls der Magnet stark ist, diesem

Pole nur nähert, dadurch das Vermögen, ein zweites Eisenstäbchen zu tragen. Diese Wirkungsweise eines Magnets auf einen sogenannten paramagnetischen Körper (Eisen, Stahl, Kobalt, Nickel, Chrom, Mangan) nennt man das Magnetisieren durch Influenz oder Induktion.

Das Gesetz der magnetischen Induktion lautet: Jeder Magnetismus ruft in seiner Nähe den ungleichnamigen Magnetismus hervor.

6. Bei Wiederholung desselben Versuches mit Stahl finden dieselben Erscheinungen statt; allein der im Stahl erregte Magnetismus ist weit schwächer als der im weichen Eisen erregte; entfernt man den Magnet, so zeigt das Stahlstück noch immer die magnetische Eigenschaft.

Mit einem und demselben Magnet können wir viele Stahlstäbe durch Influenz bleibend magnetisch machen, ohne daß er selbst auch nur das mindeste von seiner Stärke verliert.

7. Wenn man einen Magnet zerbricht, so ist jedes Stück wieder ein vollständiger Magnet. Dasselbe gilt, wenn man jedes Stück wieder in kleinere Stücke zerbricht. Hieraus schließt man: Die Moleküle eines Magnetes sind schon Magnete; diese Molekularmagnete haben eine solche Lage, daß ihre Nordpole nach dem Nordpole des Stabes und ihre Südpole nach dem Südpole des Stabes gerichtet sind. Nach dieser Theorie der Molekularmagnete haben im Nichtmagnete die Molekularmagnete alle nur denkbaren Richtungen. Das Magnetisieren ist nur ein Drehen der Molekularmagnete; im weichen Eisen (Stahl) findet diese Drehung einen geringen (großen) Widerstand; man sagt: Eisen (Stahl) hat eine kleine (große) Koërzitivkraft.

Während die magnetische Wirkung nach außen von der Indifferenzstelle gegen die Pole zunimmt, ist die magnetische Kraft der Molekularmagnete gegen die Mitte des Stabes stärker. Bestätigt wird diese Tatsache dadurch, daß jeder Punkt der nördlichen Hälfte eines Magnetstabes sich als Nordpol zeigt und daß, wenn eine magnetisierte Stricknadel in der Mitte gebrochen wird, an der Bruchstelle mehr Eisenfeilspäne haften bleiben als an den äußeren Enden.

Die magnetische Kraft ist eine fernwirkende Kraft und wird nicht geschwächt, wenn zwischen dem Magnete und dem angezogenen Körper andere Körper, die nicht selbst magnetisch werden, wie Holz, Papier, Glas, sich befinden.

Ein Magnet verliert seinen Magnetismus bei 400° C.

2. Von welchen Größen ist die Feldstärke eines magnetischen Feldes abhängig?

Als magnetisches Feld bezeichnet man denjenigen Raum, in welchem die Wirkung eines Magnetes noch merklich ist. Für jede Stelle des magnetischen Feldes kommt die Richtung und Größe der magnetischen Kraft in Betracht.

Die Linie, welche an jeder Stelle des Feldes die Richtung angibt, in welcher sich ein leicht bewegliches Eisenteilchen infolge der Anziehung eines Magnetpoles oder beider Pole bewegen würde, nennt man eine magnetische Kraftlinie. Die Kraftlinien eines einzigen Poles sind gerade radial auslaufende Linien. Die Kraftlinien der zwei Pole eines u-förmigen Magnetes sind kreisförmig verlaufende Linien, die von einem Pole ausgehen und in den andern einmünden.

Die Intensität der magnetischen Kraft in irgend einem Punkte des Feldes ist gegeben durch die Anzahl der Kraftlinien, welche an dieser Stelle durch die Flächeneinheit senkrecht hindurchgehen. Einen Pol mit der magnetischen Masse m oder mit der Stärke m kann man sich dadurch veranschaulichen, daß man sagt, von ihm gehen in der Entfernung 1 m-Kraftlinien durch jede senkrecht gegen diese Linien liegende Flächeneinheit ($1\,cm^2$); da nun die ganze Kugelfläche in der Entfernung 1 4π-Flächeneinheiten hat, so ist die gesamte Anzahl der Kraftlinien, die vom Pole m ausgehen, $4m\pi$.

Um jetzt die Größe der in einem Punkte des magnetischen Feldes wirkenden magnetischen Kraft, d. i. um die Feldstärke in diesem Punkte zu finden, machen wir die Entfernung $= r$; jetzt ist die ganze Fläche $4r^2\pi$, auf welche sich die obigen $4m\pi$ Kraftlinien gleichmäßig verteilen; durch jede Flächeneinheit gehen nun $\frac{4m\pi}{4r^2\pi} = \frac{m}{r^2}$ Kraftlinien hindurch. Dies ist der Ausdruck für die hier befindliche Feldstärke.

Die in der Entfernung r von der magnetischen Masse m auf die magnetische Masse m' ausgeübte Kraft beträgt $\frac{m\,m'}{r^2}$ Dyn. (Coulomb'sches Gesetz).

3. Welche Erscheinungen sprechen für den magnetischen Zustand der Erde?

Wird eine horizontal bewegliche Magnetnadel über der Mitte eines Magnetes gehalten, so stellt sie ihre Pole über die ungleichnamigen des Magnetes und folgt jeder Drehung des letzteren.

Ist aber die Mitte der Magnetnadel näher beim S-Pol des Magnetstabes, so senkt sich gleichzeitig der N-Pol der Magnetnadel unter die horizontale Ebene.

Die Vergleichung dieser Erscheinung mit der, daß eine im Schwerpunkte frei aufgehängte Magnetnadel, so oft sie aus ihrer Ruhelage gebracht wird, immer wieder sich so stellt, daß der eine Pol gegen Süden, der andere gegen Norden zeigt und letzterer sich unter die horizontale Ebene herabsenkt, läßt erkennen, daß die Magnetnadel auch unter dem Einflusse eines Magnetes steht, dessen S-Pol uns näher liegt als der N-Pol. Dies ist der Erdmagnet. (Engländer Gilbert 1600.)

Die vertikale Ebene, welche durch die Richtung der magnetischen Achse einer frei beweglichen Magnetnadel gelegt wird, heißt magnetischer Meridian; letzterer fällt mit dem geographischen Meridian (d. i. mit der durch den Nord- und Südpol der Erdachse und durch den Beobachtungsort bestimmten Ebene) nicht zusammen, sondern bildet mit ihm einen Winkel, den sog. Deklinationswinkel.

Die Deklination ist eine östliche oder westliche, je nachdem der Nordpol der Nadel östlich oder westlich von der Mittagslinie steht. Der Deklinationswinkel beträgt bei uns ungefähr $8^1/_2{}^0$ westlicher Abweichung und wird von Jahr zu Jahr um einige Minuten kleiner.

Die ältesten Beobachtungen der Deklination in Paris reichen bis zum J. 1580 nach Chr. Damals war die Deklination $11^1/_2{}^0$ östlicher Abweichung; im J. 1673 war sie Null und von da an westlich, erreichte im J. 1814 ihr Maximum $22^1/_2{}^0$ und nimmt von da ab; sie ist gegenwärtig $8^1/_2{}^0$ westlich.

Linien, welche alle Orte der Erde (auf einer Erdkarte), die gleiche Deklination haben, miteinander verbinden, heißen Isogonen. Die Isogone 0^0 heißt Agone.

Eine jede um eine vertikale Achse drehbare Magnetnadel stellt sich immer in den magnetischen Meridian; sie heißt Deklinationsnadel.

Den Winkel, unter welchem die magnetische Achse eines frei beweglichen Magnetes gegen die horizontale Ebene geneigt ist, nennt man Inklinationswinkel (Hartmann 1544); er beträgt bei uns ungefähr 63^0 und ändert sich mit der geographischen Breite des Beobachtungsortes.

Die Linien, welche alle Orte gleicher Inklination verbinden, heißen Isoklinen (Hansteen 1826). Die Isokline 0^0 heißt der

magnetische Äquator; die Punkte, an denen die Inklination 90° ist, sind die magnetischen Pole.

Den magnetischen Südpol der Erde fand Kapitän Ross im J. 1831 bei der Insel Melville in Nord-Amerika. Der magnetische Nordpol der Erde ist noch nicht aufgefunden.

Eine Nadel, die in der Ebene des magnetischen Meridians um eine horizontale Achse beweglich ist, heißt Inklinationsnadel.

Die magnetische Achse einer in der Ruhelage befindlichen Inklinationsnadel gibt die Richtung der erdmagnetischen Erdanziehung an.

Die Linien, welche alle Orte der Erde gleicher Intensität verbinden, heißen Isodynamen.

Anmerkung. Die Ansicht, daß die Erde wie ein großer Magnet wirkt, dessen Nordpol gegen Süden und dessen Südpol gegen Norden gewendet ist, wird dadurch bestätigt, daß ein Stab aus weichem Eisen in der Richtung der Inklinationsnadel magnetisch wird; unten ist der Nordpol, oben der Südpol. Schwimmender galvanischer Strom.

Ein um eine horizontale Achse im magnetischen Meridian beweglicher Eisenstab, der zu einem Elektromagnet mit wechselnden Polen wird, rotiert durch die Einwirkung des Erdmagnetismus.

4. Wozu benutzt man die Formel für die Schwingungsdauer einer Magnetnadel?

Wie man aus der Anzahl der Schwingungen, welche ein und dasselbe Pendel in der nämlichen Zeit an verschiedenen Orten macht, das Verhältnis der Schwerkraft an diesen Orten finden kann, so läßt sich auch aus der Zahl der Schwingungen, welche eine Inklinationsnadel oder eine Deklinationsnadel in der nämlichen Zeit an verschiedenen Orten vollführt, das Verhältnis der Intensität der magnetischen Erdkraft an diesen Orten bestimmen.

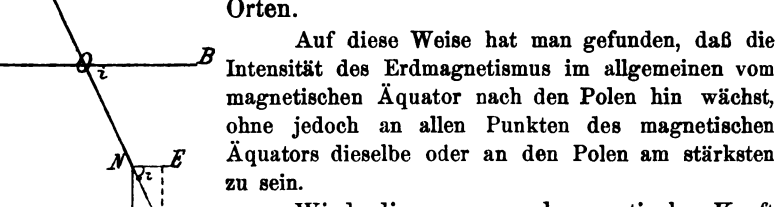
Will man die Formel für die Schwingungsdauer eines zusammengesetzten Pendels $t = \pi \sqrt{\frac{K}{Mag}}$ in die Formel für die Schwingungsdauer einer Magnetnadel verwandeln, so hat man das größte Drehungsmoment der Schwere Mag durch das größte Drehungsmoment der auf die Nadel wirkenden Kraft zu ersetzen. Das größte Drehungsmoment der ganzen erdmagnetischen Kraft P, welche die Richtung der Inklinationsnadel hat, wäre $= Pl$, wenn l den Abstand der beiden Magnetpole der Nadel bedeutet; da aber das Drehungsmoment auch noch von der Stärke der Magnetnadel, d. i. von der magnetischen Masse μ in jedem Pole abhängig sein muß, so ist es $= Pl\mu$ oder

kurz PM; das Produkt $\mu l = M$ wird magnetisches Moment der Magnetnadel genannt.

Macht also die Inklinationsnadel in der Zeit T n Schwingungen, so ist $\frac{T}{n} = \pi \sqrt{\frac{K}{MP}}$, wo K das Trägheitsmoment, M das magnetische Moment der Magnetnadel und P die auf dieselbe wirkende Kraft bedeutet.

Macht dieselbe Magnetnadel in derselben Zeit an einem andern Orte n_1 Schwingungen, so ist $\frac{T}{n_1} = \pi \sqrt{\frac{K}{MP'}}$. Aus $\frac{n_1}{n} = \sqrt{\frac{P'}{P}}$ oder $n_1^2 : n^2 = P' : P$ erkennt man das Verhältnis der erdmagnetischen Kraft an diesen zwei Orten.

Fig. 30.



Auf diese Weise hat man gefunden, daß die Intensität des Erdmagnetismus im allgemeinen vom magnetischen Äquator nach den Polen hin wächst, ohne jedoch an allen Punkten des magnetischen Äquators dieselbe oder an den Polen am stärksten zu sein.

Wird die ganze erdmagnetische Kraft $P = ND$ (Fig. 30) in eine horizontale (H) und eine vertikale (V) Komponente zerlegt, so ist wegen $\sphericalangle\, BON = i$, $NE = H = P \cos i$

und $NC = V = P \sin i$; daher $\sin i = \frac{V}{P}$.

Die Komponente H bringt die Nadel stets in den magnetischen Meridian, die Komponente V verursacht die Neigung des Poles N unter die horizontale Ebene.

Bringt man die Inklinationsnadel in eine solche Lage, daß ihre horizontale Drehachse in den magnetischen Meridian zu liegen kommt, so wird die horizontale Komponente durch den Widerstand der unbeweglichen Drehungsachse aufgehoben und es bleibt nur V wirksam, weshalb sich die magnetische Achse der Nadel vertikal stellt; wird letztere in Schwingungen gebracht, so führt sie in der Zeit $T \ldots n_2$ Schwingungen aus und es ist $\frac{T}{n_2} = \pi \sqrt{\frac{K}{MV}}$.

Da auf eine Deklinationsnadel nur die horizontale Komponente H der erdmagnetischen Kraft wirkt (die vertikale Komponente V macht man dadurch unwirksam, daß man die Nadel nicht im Schwerpunkte, sondern in einem dem Nordpole der Nadel näher liegenden Punkte unterstützt), so lautet die Formel für die Schwingungsdauer einer solchen Nadel: $t = \pi \sqrt{\frac{K}{MH}}$.

Eine Deklinationsnadel macht in einer Minute an einem Orte 36 und an einem andern Orte 39 Schwingungen. Nachdem die Nadel noch stärker magnetisch gemacht worden war, machte sie am ersten Orte 48 Schwingungen; wie viel also am zweiten Orte?

Eine um eine horizontale Achse bewegliche Magnetnadel macht in der Ebene des magnetischen Meridians in der Minute 32 Schwingungen und in der zum magnetischen Meridian senkrechten Ebene nur 30 Schwingungen; wie groß ist an diesem Orte der Inklinationswinkel?

5. Nach welchem Gesetze wirken zwei Magnetpole aufeinander ein?

Um das Coulomb'sche Gesetz: daß die Anziehung oder Abstoßung zweier Magnetpole im Quadrate der Entfernung abnimmt, nachzuweisen, kann man folgendermaßen verfahren:

Man zählt die Schwingungen n, welche eine Deklinationsnadel nur unter dem Einflusse der horizontalen Komponente H des Erdmagnetismus macht; es ist $\frac{T}{n} = \pi \sqrt{\frac{K}{MH}}$.

Nähert man nun in der Richtung des magnetischen Meridians dem einen Pole der schwingenden Nadel einen Magnet von solcher Länge, daß nur der eine seiner Pole auf den Pol der Deklinationsnadel eine Wirkung auszuüben im stande ist, so müssen die Schwingungen der Nadel beschleunigt oder verzögert werden, je nachdem der genäherte Pol anziehend oder abstoßend wirkt; wirkt er anziehend, so wirkt außer H auch noch die Kraft F_1 des Magnetpoles und es werden in der Zeit $T \ldots n_1$ Schwingungen ausgeführt, so daß

$$\frac{T}{n_1} = \pi \sqrt{\frac{K}{M(H + F_1)}} \text{ ist.}$$

Durch Division beider Formeln erhält man für

$$F_1 = H \frac{n_1^2 - n^2}{n^2}.$$

Wird beim dritten Versuche der Magnetpol aus der Entfernung d_1 in die Distanz d_2 gebracht, so macht die Magnetnadel unter der Einwirkung der Kraft $H + F_2$ in derselben Beobachtungszeit N Schwingungen und es ist wie früher: $F_2 = H \frac{N^2 - n^2}{n^2}$;

$$\text{mithin } F_1 : F_2 = (n_1^2 - n^2) : (N^2 - n^2).$$

Bei diesen Versuchen zeigt es sich, daß das Zahlenverhältnis $(n_1^2 - n^2) : (N^2 - n^2)$ durch $d_2^2 : d_1^2$ ersetzt werden kann; es ist also $F_1 : F_2 = d_2^2 : d_1^2$. (Coulomb 1785).

Unter dem Einflusse des Erdmagnetismus macht eine Deklinationsnadel in einer gewissen Beobachtungszeit 95 Schwingungen; wird der Pol eines Magnetstabes auf 55 *cm* genähert, so macht sie in derselben Zeit 183 Schwingungen; wie viel Schwingungen wird sie ausführen, wenn der Magnetstab bis auf 22 *cm* genähert wird? (402).

Die Anzahl der Krafteinheiten (in *Dyn* ausgedrückt), mit denen sich zwei Magnetpole mit den magnetischen Massen μ und μ' in der Entfernung r anziehen oder abstoßen, ist durch den Ausdruck $F = \frac{\mu\mu'}{r^2}$ gegeben.

Anmerkung. Bezüglich der Totalwirkung, welche ein Magnet auf einen Pol eines andern Magnets ausübt, läßt sich dartun, daß sie der dritten Potenz des Abstandes umgekehrt proportional ist. (Gesetz von Gauss 1833.)

V. Elektrizität.

1. Welches sind die elektrischen Fundamentalerscheinungen?

Manche Körper, wie Bernstein, Harz, Glas, erhalten durch Reiben vorübergehend die Eigenschaft, leichte Körperchen, wie Papierstückchen oder Holundermarkkügelchen, anzuziehen und nach der Berührung wieder abzustoßen. Man nennt die Körper elektrisch und die Ursche dieser merkwürdigen Erscheinung Elektrizität.

1. Berührt man ein an einem Seidenfaden hängendes Pendel mit einem elektrischen Körper, so wird es elektrisch; denn wird diesem Pendel ein anderes genähert, so wird letzteres zuerst angezogen und nach der Berührung abgestoßen.

Die Elektrizität läßt sich anderen Körpern durch Berührung mitteilen.

2. Ein an einem Metallfaden aufgehängtes Pendel wird von einem elektrischen Körper nur angezogen, nie abgestoßen, zeigt sich also stets unelektrisch; die Elektrizität muß also durch den Metallfaden ableitbar sein.

Körper, welche sich wie der Metallfaden verhalten, d. h. der Verbreitung der Elektrizität keinen oder nur geringen Widerstand entgegensetzen, pflegt man gute Leiter, diejenigen Körper aber, welche sich wie der Seidenfaden verhalten, der Elektrizität keine weitere Verbreitung über die Stelle hinaus, wo die Mitteilung der Elektrizität stattfand, gestatten, pflegt man schlechte Leiter (Isolatoren) der Elektrizität zu nennen.

Zu den guten Leitern gehören: Metalle, Kohle, Wasser, tierische Körper. Zu Isolatoren gehören: Harz, Seide, Glas, Wachs, Schwefel.

Es gibt zwei verschiedene Elektrizitäten. Hängen wir zwei Holundermarkkügelchen an Seidenfäden auf und berühren beide mit einer geriebenen Glasstange oder Harzstange, so stoßen sie sich gegenseitig ab. Berühren wir aber das eine Kügelchen mit der Glasstange, das andere mit der Harzstange, so ziehen sie einander an. Bei der Berührung beider kann es geschehen, daß beide Kügelchen ihre Elektrizität verlieren; daraus folgt, daß sich die beiden Elektrizitäten wie positive und negative Zahlen verhalten.

Die Glaselektrizität wird positive, die Harzelektrizität negative Elektrizität genannt (Lichtenberg 1777).

Gleichartige Elektrizitäten stoßen einander ab, ungleichartige Elektrizitäten ziehen einander an.

Beim Reiben zweier Körper wird der eine positiv, der andere negativ elektrisch. Die zweifache Elektrizität zeigt sich auch an den Lichtenbergschen Figuren, ferner an den Spitzen im Dunkeln: $+ E$ erscheint in strahligen Büscheln, $- E$ in hellen Punkten.

Die Elektrizität besitzt ferner die Eigenschaft, daß sie sich bloß auf der Oberfläche der Körper verbreitet und nicht in das Innere derselben eindringt. (Elektroskop mit einem Drahtkorb überdeckt.)

Die auf der Oberflächeneinheit befindliche Elektrizitätsmenge heißt die elektrische Dichte. Auf einer Kugel ist dieselbe überall gleich; bei anders gekrümmten Flächen ist sie an denjenigen Stellen am größten, an welchen der Krümmungsradius der Fläche am kleinsten ist. An Spitzen wird die Dichte so groß, daß die Elektrizität in die Luft ausströmt. (Franklin 1747.)

Rotierender Zylinder.

2. Welche elektrische Fernwirkung kommt bei allen zur Reibungselektrizität gehörenden Apparaten zur Geltung?

Bei allen zur Reibungselektrizität gehörenden Apparaten spielt die elektrische Verteilung oder Influenz (Wilke 1757) die Hauptrolle. Man versteht darunter die Fernwirkung eines elektrischen Körpers auf einen unelektrischen guten Leiter.

Nähert man eine elektrische Siegellackstange einem unelektrischen isolierten Metallzylinder, der an beiden Enden kugelförmig abgerundet ist, soweit, daß kein Funke, also auch keine Elektrizität in ihn gelangen kann, so wird der Metallzylinder elektrisch, und zwar zeigt das der negativen elektrischen Siegellackstange zugewendete Ende $+$, das ihr abgewendete Ende $-$ Elektrizität. Die Mitte ist (wie auf Aluminiumdrähten aufgehängte Holundermarkkügelchen zeigen) unelektrisch. Nimmt man die Stange weg, so fallen alle Kügelchen zusammen.

Hieraus folgt:

1. In jedem Körper sind von Natur aus beide Elektrizitäten vorhanden.

2. Ein Körper erscheint positiv oder negativ elektrisch, wenn in ihm die $+ E$ oder $- E$ im Überflusse vorhanden ist.

3. Ein elektrischer Körper hebt in einem unelektrischen guten Leiter, dem er entsprechend genähert worden, das elektrische Gleichgewicht auf, indem er die ungleichnamige Elektrizität anzieht, die gleichnamige abstößt.

4. Die verteilende Wirkung eines elektrischen Körpers S äußert sich nur innerhalb eines bestimmten Raumes, welcher das **elektrische Feld** genannt wird.

5. Berührt man den Metallzylinder an irgend einer Stelle ableitend, während er noch im elektrischen Felde von S sich befindet, so verschwindet die Divergenz der am abgewendeten Ende befindlichen Pendel; die Pendel an dem dem elektrischen Körper S näheren Ende zeigen eine größere Divergenz. Wird nach aufgehobener Ableitung S entfernt, so divergieren alle Pendelpaare.

Die bei der Verteilung bei dem influenzierten Körper auftretenden Elektrizitäten unterscheiden sich dadurch, daß die eine durch die ungleichartige des influenzierenden Körpers gebunden wird, während die andere ableitbar oder frei ist.

Anmerkung. Die Verteilung unterscheidet sich von der Mitteilung dadurch, daß der verteilende Körper seine Elektrizität behält, der mitteilende Körper sie aber teilweise verliert und daß bei der Elektrisierung durch Mitteilung der unelektrische Körper dieselbe, bei der Elektrisierung durch Verteilung die entgegengesetzte Elektrizität erhält. Jeder Mitteilung geht die Verteilung voran.

3. Wozu dient *a)* ein Elektroskop, *b)* ein Elektrometer?

a) Ein Elektroskop ist eine Vorrichtung, mittels welcher man untersucht, ob und wie ein Körper elektrisch ist. Die verschiedenen Elektroskope sind: 1. Ein an einem Seidenfaden aufgehängtes Holundermarkkügelchen; wird dieses Kügelchen von einem Körper angezogen und nach der Berührung abgestoßen, so ist der Körper elektrisch. Besitzt das Holundermarkkügelchen eine bekannte Elektrizität, z. B. $+ E$, so kann man aus der Anziehung dieses Kügelchens gegen einen elektrischen Körper auf die $- E$ des genäherten Körpers schließen.

2. Das Goldblattelektroskop. Dasselbe besteht aus einem Messingdrahte, der unten zwei Goldblättchen und oben eine kleine Messingkugel oder eine Messingscheibe trägt und mit möglichster Isolierung in dem Halse einer Glasflasche steckt.

Die zwei Blättchen geben bei Annäherung oder Berührung eines elektrischen Körpers und der Kugel vermöge der sich in ihnen ansammelnden gleichartigen Elektrizität einen Ausschlag.

Will man untersuchen, ob ein Körper freie $+$ oder $- E$ besitzt, so hat man ihn einem z. B. positiv geladenen Elektroskop zu nähern; ein $-$ elektrischer Körper bewirkt eine Verminderung, ein $+$ elektrischer Körper eine Vermehrung der Divergenz.

Um Elektrizität von sehr geringer Spannung nachzuweisen,

bedient man sich des Kondensators von Volta (1782) oder des Säulenelektroskops von Bohnenberger (1817).

3. Den Kondensator stellt man aus einem Goldblattelektroskop her, indem man zu der mit den Blättchen in Verbindung stehenden Metallscheibe, zur sogenannten Kollektorplatte, eine gleich gestaltete mit einer isolierenden Handhabe versehene Oberplatte anfertigt und die Berührungsflächen gleichmäßig überfirnißt. Liegt die Oberplatte, Kondensatorplatte genannt, nicht auf und wird die Kollektorplatte mit einer Elektrizitätsquelle von sehr geringer Spannung leitend verbunden, so wird ihr freie E mitgeteilt, deren Spannung eine Divergenz der Goldblättchen nicht zu bewirken vermag; setzt man aber die Oberplatte auf, berührt diese mit der Hand und hebt sie nach Entfernung der Elektrizitätsquelle wieder ab, so tritt eine merkliche Divergenz der Goldplättchen hervor, weil die angesammelten gebundenen Elektrizitäten frei geworden sind.

4. Bei dem von Fechner (1829) verbesserten Bohnenbergerschen Säulenelektroskop hängt an einem Messingdrahte ein einzelnes Goldblättchen zwischen den stets mit entgegengesetzten Elektrizitäten geladenen Polen einer Zambonischen Säule (bestehend aus 1000—2000 Scheiben aus Gold- und Silberpapier, so daß sich die Metallflächen berühren und die Goldseite immer nach derselben Richtung hin liegt). Die Annäherung eines + elektrischen Körpers bewirkt einen Ausschlag zum negativen Pole und umgekehrt.

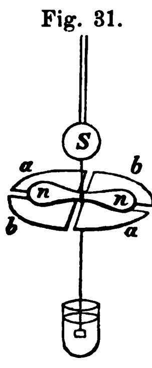
b) Ein Elektrometer ist ein Apparat, welcher zur Messung der elektrischen Spannung dient. Die gewöhnlichsten Elektrometer sind:

1. Ein Goldblattelektroskop mit einer Gradeinteilung, so daß man aus der abgelesenen Divergenz der zwei Blättchen auf die Größe der elektrischen Spannung schließen kann, da bei kleinen Ablenkungen diese der elektrischen Spannung direkt proportional sind.

2. Die Torsionswage von Coulomb (1788). An einem Silberdrahte oder Glasfaden ohne Torsion hängt eine horizontale Schellacknadel, welche an einem Ende eine Holundermarkkugel trägt. Nicht weit davon ist eine gleich große Kugel (Standkugel) isoliert aufgestellt, der man die zu messende E mitteilt. Die erste Kugel wird angezogen, dann abgestoßen. Muß man den den Faden tragenden Knopf in der der Abstoßung entgegengesetzten Richtung um einen Winkel ε drehen, um die Nadel bis auf eine Bogenentfernung α von der ursprünglichen Gleichgewichtslage zurückzuführen, so ist $\varepsilon + \alpha$ das Maß der abstoßenden Kraft.

3. Das Quadrantenelektrometer von **Thomson** (1855). Eine leichte Aluminiumnadel n (Fig. 31) ist über einer in 4 Quadranten zerschnittenen Metallplatte aufgehängt und trägt nach unten hin einen Platindraht, dessen Ende in ein mit konzentrierter Schwefelsäure gefülltes Gefäß taucht. Von einer Zambonischen Säule her wird die Schwefelsäure und damit die Nadel geladen. Die Quadranten a sind untereinander und mit dem Erdboden verbunden. Wird den ebenfalls untereinander verbundenen Quadranten b eine Elektrizität mitgeteilt, so wird die Nadel aus ihrer Ruhelage abgelenkt. Die Ablenkung wird mittels reflektierten Lichtstrahles von einem mit der Nadel in fester Verbindung stehenden Spiegel bestimmt. Die elektrische Spannung ist der Ablenkung direkt proportional.

Fig. 31.



4. Es ist der Begriff des elektrischen Potentials zu erläutern.

Bringt man in einen Punkt eines von einem positiv elektrischen Körper erzeugten Feldes einen leicht beweglichen Körper mit der elektrischen Menge $+1$, so bewegt sich letzterer infolge der Abstoßung bis ins Unendliche. Beide Abstoßungskräfte leisten dabei eine gewisse Arbeit. Dieselbe Arbeit muß geleistet werden, um die $+$ elektrische Einheit aus dem Unendlichen wieder bis an den betreffenden Punkt des Feldes zu bringen. Die Größe dieser zu leistenden Arbeit, welche ein Maß für die vorhandene potentielle Energie oder für die elektrische Wirkungsfähigkeit vorstellt, wird das elektrische Potential genannt. Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten ist die Arbeit, welche bei der Bewegung der $+$ elektrischen Einheit von einem Punkte zum andern geleistet oder konsumiert wird. Die Kraft, mit welcher die $+$ elektrische Masse e in O (Fig. 32) auf eine $+$ elektrische Menge 1 in A wirkt,

Fig. 32.

O D C B A; r_1; r_4

ist $=\frac{e}{r_4^2}$, diejenige in B ist $\frac{e}{r_3^2}$. Ist aber AB klein, so kann statt der verschiedenen Kraft an jedem Punkte der Strecke AB das geometrische Mittel der beiden Endwerte angenommen werden, d. i. $\sqrt{\frac{e}{r_4^2}\cdot\frac{e}{r_3^2}}=\frac{e}{r_4 r_3}$. Die Arbeit, welche geleistet werden

muß, um die + elektrische Einheit von A nach B zu bringen, ist also $= \frac{e}{r_4 r_3}(r_4 - r_3) = \frac{e}{r_3} - \frac{e}{r_4}$.

Ist jedoch der Weg AB eine endliche Strecke, wie z. B. AD, so zerlegt man ihn in die unendlich kleinen Strecken AB, BC, CD.. und die Arbeit auf dem ganzen Wege ist gleich der Summe der Einzelnarbeiten, also $= \left(\frac{e}{r_3} - \frac{e}{r_4}\right) + \left(\frac{e}{r_2} - \frac{e}{r_3}\right) + \left(\frac{e}{r_1} - \frac{e}{r_2}\right) =$ $= \frac{e}{r_1} - \frac{e}{r_4}$.

Wird $r_4 = \infty$ gesetzt, so ist $\frac{e}{r_4} = 0$, und das Potential $= \frac{e}{r_1}$.

Hat O die elektrische Menge $-e$, so leisten die elektrischen Mengen selbst Arbeit; diese Arbeit ist der vorigen entgegengesetzt, demnach das Potential $= -\frac{e}{r_1}$.

Das Potential einer elektrischen Menge in einem gegebenen Punkte erhält man also, wenn man die mit ihrem Zeichen versehene elektrische Menge durch den Abstand des gegebenen Punktes dividiert.

5. Es ist die Einrichtung und die Wirkungsweise der verschiedenen Elektrisiermaschinen zu erklären.

Apparate, welche zur Entwicklung größerer Elektrizitätsmengen dienen, werden Elektrisiermaschinen genannt; solche Apparate sind: *a*) der Elektrophor, *b*) die gewöhnliche Wintersche Elektrisiermaschine, *c*) die Holtzsche Influenzmaschine.

a) Der Elektrophor besteht im wesentlichen aus einem Harzkuchen, der in einer metallischen Einfassung (einem Teller) eingegossen ist, und aus einem mit einer isolierenden Handhabe versehenen metallischen Deckel. Der Kuchen wird durch Peitschen mit einem Fuchsschwanze — elektrisch; diese freie Elektrizität bewirkt eine Scheidung der Elektrizitäten im Deckel, zieht $+E$ an, stößt $-E$ ab, weshalb der aufliegende Deckel freie $-E$ zeigt. Hebt man den Deckel nach vorheriger Berührung ab, so erscheint er + elektrisch und gibt einen elektrischen Funken. Das Auflegen, Berühren und Abheben des Deckels kann beliebig oft wiederholt werden.

Der Eigenschaft des Elektrophors, die E bei aufgesetztem Deckel und nicht isoliertem Teller lange zu tragen, verdankt der Elektrophor (von Volta 1775) seinen Namen.

b) Die Reibungselektrisiermaschine (1744 von Winkler in Leipzig) besteht 1. aus einer starken runden Glasscheibe, welche um eine gläserne Achse mittels einer Kurbel drehbar ist, 2. aus zwei Reibkissen von Leder, welche mit Quecksilberamalgam (Quecksilber, Zinn und Zink geschmolzen und zu Pulver zerrieben) bestrichen sind und durch Federn gegen die Scheibe gedrückt werden und 3. aus einer Metallkugel, Konduktor genannt. Mit dem Konduktor sind zwei Ringe verbunden, welche in geringer Entfernung zu beiden Seiten der Scheibe einander gegenüberstehen und mit Metallspitzen besetzt sind. Auch das Reibzeug ist mit einem kleinen Konduktor verbunden.

Die $+E$ der Scheibe (durch ein Stück Wachstaffet gegen die Zerstreuung in die Luft geschützt) wirkt verteilend durch die Spitzen auf den Konduktor ein, zieht $-E$, die von den Spitzen nach der Scheibe strömt, vereinigt sich mit ihr und stößt $+E$ auf den Konduktor, welche sich dort ansammelt. Die Ladung des Konduktors mit $+E$ kann nur bis zu einem gewissen Maximum der Spannung stattfinden, nämlich bis dahin, wo der Verlust an E an die Luft gleich wird der Menge, welche in der nämlichen Zeit durch Reibung gewonnen wird.

c) Die wichtigsten Bestandteile der Influenzmaschine von Holtz (1865) sind: eine wohlgefirnißte Glasscheibe, die zum Rotieren gebracht werden kann, eine zweite zur ersten im Abstande von 2 *mm* parallele und ebenfalls gut gefirnißte Scheibe, die fix bleibt und in horizontaler Linie diametral gegenüber zwei Ausschnitte hat, welche mit Papierbelegungen versehen sind. Auf der andern Seite der drehbaren Scheibe befinden sich je einer Papierbelegung gegenüber Metallkämme, welche wieder mit den Konduktoren in Verbindung stehen.

Die durch einen Gummistab mit $-E$ geladene Papierbelegung wirkt verteilend auf die Glasscheibe und auf den gegenüberliegenden Metallkamm; $+E$ strömt aus den Spitzen auf die Scheibe, welche auf beiden Seiten $+$ geladen wird. Sobald die elektrischen Teile der rotierenden Scheibe der zweiten Papierbelegung gegenüber zu liegen kommen, wird diese durch Influenz $+$ elektrisch und wirkt wieder sowohl auf die Glasscheibe als auch auf den Metallkamm durch Influenz ein; aus diesem Metallkamm strömt $-E$ auf die Glasscheibe; diese $-E$ wird von der Scheibe fortgeführt und erhöht die Ladung der ersten Papierbelegung. Nach jeder halben Umdrehung wechselt und verstärkt sich die Ladung auf den zwei Hälften der beweglichen Scheibe, so daß man bereits nach wenigen Umdrehungen beim Auseinanderziehen der Konduktoren (von Anfang an müssen sie sich berühren) mehrere *cm*-lange Funken erhalten kann.

Leitet man eine der Elektrizitäten ab, so kann man die andere wie bei der gewöhnlichen Maschine benutzen.

Anmerkung. Unter den Influenzmaschinen nimmt gegenwärtig die Elektrisiermaschine von Wimshurst (sich selbst erregend) den ersten Rang ein Zwei Scheiben aus Hartgummi, welche an den Außenseiten in der Randzone

mit radienartig gestellten Metallstreifen belegt sind, werden gleichzeitig nach entgegengesetzter Richtung gedreht. Die Maschine wird durch Metallpinsel angeregt, welche über die Metallbelege und die unbelegten Zwischenschichten der Scheiben gleiten.

6. Was versteht man unter der Verstärkungszahl eines Kondensators?

Mittels des Elektrophors und der Elektrisiermaschine kann man einem Leiter nur bis zu einer gewissen Grenze E mitteilen; die Grenze ist erreicht, wenn die elektrische Dichte des Leiters gleich derjenigen der Elektrizitätsquelle ist.

Unter Anwendung der Einwirkung der Influenz kann man aber die Dichte der E noch um ein Bedeutendes steigern. Apparate dieser Art werden Kondensatoren genannt; sie bestehen immer aus zwei einander parallelen und nahen Leitern und einem zwischen ihnen befindlichen Isolator.

Von den Leitern wird der eine (Kollektor genannt) mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine, der andere (Kondensator genannt) mit der Erde in leitende Verbindung gebracht.

Solche Apparate sind: die Franklinsche Tafel und die Leydnerflasche.

α) Die Franklinsche Tafel besteht aus einer auf beiden Seiten im Mittelraume mit Staniol belegten Glastafel. Der Rand ist mit einer dünnen Firnisschichte überzogen. Es sei E die größte Menge positiver E, welche die Kollektorplatte A von der Elektrizitätsquelle aufnehmen kann, wenn die Kondensatorplatte B ihr noch nicht gegenübersteht. Bringt man die mit der Erde leitend verbundene Platte B der Platte A gegenüber, so wirkt $+E$ von A influenzierend auf B und bindet wegen des Abstandes zwischen den zwei Belegungen einen etwas kleineren Teil (den Bruchteil m) der negativen Elektrizität, während derselbe Bruchteil der positiven Elektrizität, nämlich die Menge $+mE$ in die Erde abfließt. Die angezogene und gebundene Elektrizitätsmenge: mE hält ihrerseits gleichfalls denselben Bruchteil m, mithin die Menge m^2E auf A gebunden. Wird die Menge m^2E vom Konduktor ersetzt, so wird dadurch in B die Menge m^3E und von ihr auf A die Menge m^4E gebunden u. s. f. Durch die gegenseitige Anziehung der entgegengesetzen E der beiden Belegungen geschieht es, daß sich $+E$ auf A und $-E$ auf B in weit größerer Menge ansammelt als nur auf einem Leiter.

Die Menge der Elektrizität auf A beträgt: $E + m^2 E + m^4 E + \ldots = \frac{E}{1-m^2}$.

Die Menge der Elektrizität auf B beträgt: $mE + m^3 E + m^5 E + \ldots = \frac{mE}{1-m^2}$.

Die Zahl $\frac{1}{1-m^2}$, welche angibt, wievielmal die Kapazität des Leiters A

durch die Annäherung des abgeleiteten Körpers B vergrößert wird, heißt die Verstärkungszahl. Sie ist von der Größe und Entfernung der Platten und von dem Stoffe des zwischen ihnen befindlichen Isolators abhängig. Ein zu dünnes Glas kann bei starker Ladung durch Vereinigung der beiden Elektrizitäten, die ohnehin in die äußersten Schichten eindringen, leicht durchbrochen werden.

β) Die Leydner Flasche (Kleist 1745, Cunäus in Leyden 1746) unterscheidet sich von der Franklinschen Tafel bloß durch ihre Form. Eine Glasflasche ist an der äußeren und inneren Fläche bis auf einen schmalen Streifen am Rande mit Staniol belegt; zu der inneren Fläche führt ein Metalldraht, der außerhalb des Glases in einen Knopf endigt, während die äußere Belegung mit der Erde in leitende Verbindung (durch Halten der Flasche mit der Hand) gesetzt wird. Beim Laden der Leydener Flasche mit der Influenzmaschine verbindet man die äußere Belegung mit dem einen, die innere Belegung mit dem andern Konduktor.

Eine Zusammenstellung mehrerer Flaschen, deren innere Belegungen untereinander und deren äußere Belegungen untereinander verbunden sind, heißt eine elektrische Batterie. Man sagt: die Flaschen sind nebeneinander oder auf Quantität gekoppelt.

Man kann aber n Flaschen auch so verbinden, daß jede auf isolierender Unterlage mit Ausnahme der letzten steht und die äußere Belegung einer jeden mit der inneren der folgenden verbunden ist. Man nennt diese Zusammenstellung Kaskadenbatterie und sagt, ihre Flaschen seien hintereinander oder auf Spannung gekoppelt.

Um die Menge der in einer Batterie angehäuften Elektrizität zu bestimmen, dient die Lane'sche Maßflasche (1767). Dieselbe ist eine Leydnerflasche, welche durch die aus der äußeren Belegung der untersuchten Batterie abströmende E in Kaskaden geladen wird und sich jedesmal selbst entladet, wenn an ihrer Entladungsstelle die E eine gewisse Dichte erreicht hat. Die Zahl ihrer Entladungen ist deshalb ein Maß der Ladung.

7. Was ist über die atmosphärische Elektrizität bekannt?

Die Luft zeigt sich fast immer und zwar meist positiv elektrisch; bei nebligem Wetter ist die Menge der $+E$ größer als bei heitrem Himmel; bei Regen und Schnee ist die Luft bald positiv, bald negativ elektrisch. In höheren Schichten ist die elektrische Spannung erheblich größer als in der Nähe der Erde; ebenso ist sie im Winter stärker als im Sommer. Die Ursache der Luftelektrizität ist noch nicht ergründet. Nach Erman und Peltier hat die Erde eine negative Ladung bei ihrer Entstehung bekommen; demnach wäre die Luftelektrizität auf die Induktion der Erde zurückzuführen. Nach Sohncke entsteht die Luftelektrizität durch Reibung der Wasserbläschen an Eisnadeln; erstere werden negativ, letztere positiv elektrisch.

Die Anhäufung der E in den Gewitterwolken wird dadurch erklärt, daß bei der Vereinigung der kleinen Tröpfchen zu größeren die Gesamtoberfläche, auf welcher die E ausgebreitet ist, kleiner, also die elektrische Spannung größer wird.

Fließen n Wasserkügelchen (r) zu einer einzigen (R) zusammen, so ist $\frac{4}{3} r^3 \pi \cdot n = \frac{4}{3} R^3 \pi$, also $R = r \sqrt[3]{n}$ und ihre Oberfläche $O = 4 r^2 \pi \sqrt[3]{n^2}$. Auf dieser einen Kugel ist die früher auf den n kleinen Kugeln von der Gesamtoberfläche $O' = 4 r^2 \pi n = 4 r^2 \pi \sqrt[3]{n^3}$ befindliche Elektrizität gleichmäßig verteilt. Da $O < O'$ ist, so ist die elektrische Spannung nach der Kondensation größer.

Die Zickzackblitze sind Entladungsschläge zwischen zwei Wolken oder einer Wolke und der Erde.

Die Flächenblitze sind wahrscheinlich nur der Wiederschein von Zickzackblitzen, welche durch eine Wolke verdeckt sind. Selten ist der Kugelblitz: eine Feuerkugel, welche sich relativ langsam vorwärts bewegt und unter Explosion verschwindet.

Der Donner entsteht durch die Lufterschütterungen, welche mit dem elektrischen Funken verbunden sind. Das Rollen des Donners entsteht entweder durch die Reflexion, welche der Schall an Wolken oder an der Erde. etwa an Bergwänden erleidet, oder dadurch, daß der Schall von ungleich weit entfernten Punkten her unser Ohr trifft.

Das Wetterleuchten ist der Wiederschein entfernter Gewitter; das Elmsfeuer, Flämmchen auf spitzen oder scharfkantigen Gegenständen, ist eine Büschelentladung.

Die von Franklin (1753) erfundenen Blitzableiter bestehen aus einer Auffangstange mit vergoldeter Platin- oder Silberspitze, dem Leitungsdraht (dicker Eisen- oder Kupferdraht) und der Versenkung, welche bis in das feuchte Erdreich reichen muß. Sie schützen auf einen Umkreis, dessen Radius gleich der $1^1/_2$fachen Länge der Auffangstange ist.

Das Nordlicht (Polarlicht) ist eine Lichterscheinung, welche gewöhnlich aus einem leuchtenden Bogen am nördlichen Horizonte besteht, aus welchem nach oben hin einzelne Strahlen hervortreten. Die Strahlen scheinen nach einem Punkte zusammenzulaufen, der mit demjenigen nahe zusammenfällt, nach dem das obere Ende einer frei aufgehängten Magnetnadel hinzeigt.

8. Welche Richtung hat der galvanische Strom eines geschlossenen Volta'schen Elements?

Ein galvanisches Element (Galvani 1789) ist eine Verbindung zweier verschiedener Metalle mit wenigstens einer Flüssigkeit. Das Element heißt offen, wenn die Metalle sich nicht berühren; werden dieselben durch einen Metalldraht in Berührung gebracht, so heißt das Element geschlossen. Bei Berührung zweier verschiedener

Metalle werden beide infolge der sogenannten elektromotorischen Kraft entgegengesetzt elektrisch; dasjenige Metall wird + elektrisch, welches in der Spannungsreihe (Zink, Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Platin und Kohle) voran steht. Aber auch bei der Berührung von Metallen und Flüssigkeiten treten elektromotorische Kräfte auf; dabei werden die meisten Metalle negativ elektrisch, und zwar diejenigen am stärksten, welche in der Spannungsreihe voran stehen.

In einem Volta'schen Elemente (*Zn*, *Cu* und verdünnte Schwefelsäure) findet eine dreifache Berührung statt.

1. Infolge der elektromotorischen Kraft zwischen *Zn* und *Cu* wird *Zn* + elektrisch, *Cu* — elektrisch; die Flüssigkeit ist der Schließungsleiter, weshalb in dieser die + *E* von *Zn* zum *Cu*, im Schließungsdraht also von *Cu* zum *Zn* strömt und sich mit der — *E* verbindet. Nach der Vereinigung entsteht aber sofort durch die elektromotorische Kraft neue + und — *E*, welche sich abermals im Schließungsleiter vereinigen. Es entsteht ein galvanischer Doppelstrom, wovon jedoch stets der Strom der + *E* zur — *E* betrachtet wird. Der Strom s_1 hat also im Schließungsdraht die Richtung vom *Cu* zum *Zn*.

2. Infolge der elektromotorischen Kraft zwischen *Zn* und Schwefelsäure wird *Zn* negativ, Schwefelsäure positiv elektrisch; *Cu* bildet den Schließungsleiter; der Strom s_2 geht also vom *Cu* durch den Schließungsdraht zum *Zn*.

3. Infolge der elektromotorischen Kraft zwischen *Cu* und Schwefelsäure wird *Cu* negativ, Schwefelsäure positiv elektrisch; *Zn* bildet den Schließungsleiter; der Strom s_3 geht also vom *Zn* durch den Schließungsdraht zum *Cu*.

Nach dem früher Gesagten ist aber s_3 schwächer als s_2; der resultierende Hauptstrom hat also die Richtung von s_1. Da also der galvanische Strom im Schließungsdrahte vom *Cu* zum *Zn* geht nennt man das *Cu* den positiven, *Zn* den negativen Pol des Elements.

Anmerkung. Wird statt des *Cu* ein anderes Metall oder Kohle genommen, so ändert sich die Stärke von s_1 und s_3. Über s_1 gilt die weitere Eigenschaft der obigen Spannungsreihe, nämlich: Die elektrische Differenz zweier Elektromotoren erster Ordnung ist um so größer, je weiter die Elektromotoren voneinander stehen.

9. Was ist über die Stromstärke der galvanischen Elemente mit einer Flüssigkeit zu sagen?

Das älteste galvanische Element mit nur einer Flüssigkeit ist das Voltasche (1800); es besteht aus Zn und Cu in $H_2\ SO_4$. Die Stromstärke einer Voltaschen Batterie nimmt rasch ab, wovon man sich überzeugen kann, wenn man in den Stromkreis ein Galvanoskop einschaltet.

Der Grund hievon liegt in der galvanischen Polarisation.

Wenn nämlich der Strom zirkuliert, so wird die verdünnte Schwefelsäure $H_2\ SO_4$ in H_2 und SO_4 zerlegt; SO_4 wird am Zn ausgeschieden, verbindet sich mit diesem zu schwefelsaurem Zinkoxyd: $ZnSO_4$ und löst sich im Wasser auf; dadurch verbleibt die Zn-Platte in metallischer Berührung mit der Flüssigkeit. Der auf der Kathode sich abscheidende Wasserstoff wird durch die Adhäsion zu Cu auf der Cu-Plattte verdichtet und bildet eine Luftschichte welche die unmittelbare Berührung der Cu-Platte mit der Schwefelsäure hindert; diese an der Cu-Platte haftende und elektromotorisch wirkende Gasschichte von Wasserstoffgas erzeugt einen dem Hauptstrome entgegengesetzten Strom, den sogenannten Polarisationsstrom. (Nachweis mit dem Galvanoskop.)

Um den Polarisationsstrom teilweise zu beseitigen, gibt man der positiven Platte eine rauhe Oberfläche, auf welcher die Gasblasen nur schwer haften. Dies geschieht beim Smee'schen Elemente (1846), welches aus zwei miteinander verbundenen Zn-Platten und einer dazwischen befindlichen mit Platinmohr überzogenen und gewellten Ag-Platte besteht; beide werden in verdünnte $H_2\ SO_4$ eingetaucht.

Ein anderes Verfahren, den Polarisationsstrom eines Volta'schen Elements zu beseitigen, ist, den Wasserstoff an der Kathode durch einen chemischen Prozeß unschädlich zu machen. Dies geschieht bei Poggendorffs Tauchelement und beim Leclanché-Element.

Das Poggendorff-Tauchelement besteht aus Zn und Kohle, eingetaucht in einer Auflösung von doppeltchromsaurem Kali ($K_2\ Cr_2\ C_7$) in verdünnter Schwefelsäure: $H_2\ SO_4$ Durch die Einwirkungder Schwefelsäure auf das Kaliumbichromat bildet sich Chromsäure und schwefelsaures Kali ($K_2\ Cr_2\ O_7 + H_2\ SO_4 = H_2\ O +$ $+ K_2\ SO_4 + 2\ Cr\ O_3$); die Chromsäure gibt an den Wasserstoff, der sich an der Kohlenplatte absetzt, einen Teil ihres Sauerstoffes ab, so

daß sich Wasser und Chromoxyd bildet, welches letztere sich mit der Schwefelsäure zu grünem schwefelsaurem Chromoxyd verbindet. So verschwindet der Wasserstoff und damit der Polarisationsstrom.

Da sich aber die Chromsäure sehr bald erschöpft, so verliert sie ihre depolarisierende Eigenschaft.

Das Leclanché-Element (1868) besteht aus Kohle in einem mit gestoßenem Braunstein gefüllten Tonzylinder und einem *Zn*-Stabe, eingetaucht in einer Salmiaklösung.

Durch den zirkulierenden Strom scheidet sich einerseits Ammoniak aus, anderseits Wasserstoff, welcher durch den Braunstein zu Wasser oxydiert wird. Am *Zn*-Stabe setzt sich ein unlösliches Salz: Zinkoxydchlorür ab, welches man von Zeit zu Zeit abschaben muß.

Anmerkung: Alle diese Elemente mit einer Flüssigkeit sind für dauernden Gebrauch nicht geeignet, weil ihre elektromotorische Kraft rasch nachläßt.

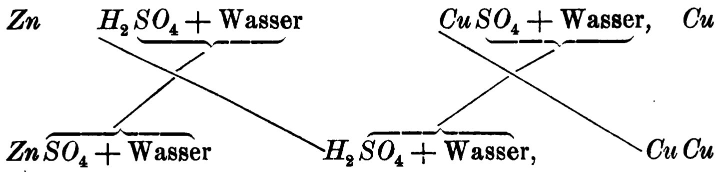
10. Welches sind die wichtigsten konstanten galvanischen Elemente?

Konstante galvanische Elemente sind jene, welche von der galvanischen Polarisation frei sind; dies sind Elemente mit 2 Flüssigkeiten.

Die wichtigsten sind: *a*) das Daniellsche (1836), *b*) das Grovesche (1839), *c*) das Bunsensche (1842) und *d*) das Meidingersche (1854) Element.

Das Daniellsche Element besteht aus einer *Zn*-Platte, eingetaucht in verdünnte Schwefelsäure und einer *Cu*-Platte in einer konzentrierten *Cu*-vitriollösung; beide Flüssigkeiten sind durch eine poröse Wand getrennt.

Die Konstanz dieses Elements erklärt sich folgendermaßen:



Es wird zunächst H_2SO_4 in H_2 und SO_4 zerlegt; SO_4 geht mit *Zn* die Verbindung $ZnSO_4$ (Zinkvitriol) ein, welche sich im Wasser löst. $CuSO_4$ wird in *Cu* und SO_4 zerlegt, SO_4 verbindet sich mit H_2, das bei der Zersetzung von H_2SO_4 gebildet wurde, zu H_2SO_4 und *Cu* setzt sich an der Kupferplatte an.

Auf der Ausscheidung des reinen Kupfers aus der Kupfervitriollösung mit Hilfe des galvanischen Stromes beruht die Galvanoplastik d. i. das Verfahren, Gegenstände wie Münzen, Holzschnitte ... in Cu nachzubilden. Das Vergolden, Versilbern.

b) Das Grovesche Element besteht aus einer Zn-Platte in verdünnter H_2SO_4 und einer Platinplatte in konzentrierter Salpetersäure. Beide Flüssigkeiten sind durch ein Diaphragma getrennt. Die Konstanz dieses Elements erklärt sich folgendermaßen: der an der Platinplatte frei werdende Wasserstoff wird durch O der Salpetersäure zu Wasser oxydiert; dadurch wird die HNO_3 allmählich verdünnt, während das durch Reduktion der Salpetersäure entstehende Stickoxyd sich teils unter Bildung von Stickstoffdioxyd in der Salpetersäure löst und dieselbe grün färbt, teils in die Luft entweicht und sich dort mit Sauerstoff zu rotbraunen, auf die Atmungsorgane schädlich wirkenden Dämpfen von Stickstoffdioxyd vereinigt ($H + HNO_3 = H_2O + NO_2$).

c) Das Bunsensche Element unterscheidet sich von dem vorigen dadurch, daß es statt Platin Kohle enthält.

d) Das Meidingersche Element ist eine Abänderung des Daniellschen aber ohne Tonzelle. Das Cu befindet sich in der Kupfervitriollösung, das Zn in der spezifisch leichteren Bittersalzlösung ($MgSO_4$).

Anmerkung. In allen diesen Elementen wird nicht reines, sondern amalgamiertes (d. h. mit Hg eingeriebenes) Zn verwendet. Hiedurch wird der Zn-Verbrauch vermindert, weil amalgamiertes Zn für sich allein in verdünnter H_2SO_4 sich nicht auflöst.

Trockenelemente sind solche, deren Flüssigkeiten durch Sägspäne, Fließpapier usw. aufgesaugt erscheinen.

11. An welchen Flüssigkeiten zeigt man die chemischen Wirkungen eines galvanischen Stromes?

Leitet man einen elektrischen Strom durch eine Flüssigkeit, so wird sie in zwei Teile zerlegt; der eine scheidet sich an der Eintrittsstelle „Anode" des Stromes, der andere an der Austrittsstelle des Stromes, d. i. an der Kathode. Die Drähte und Platten, welche den Strom in die Flüssigkeit ein- und ausleiten, heißen Elektroden. Die zu zerlegende Flüssigkeit wird Elektrolyt, die Zersetzung Elektrolyse genannt.

a) Reines Wasser leitet den elektrischen Strom nicht, wird also nicht zersetzt. Es genügt aber, einige Tropfen Schwefelsäure zuzufügen, um es leitend zu machen. Dann scheidet sich an der Anode O, an der Kathode H_2 aus.

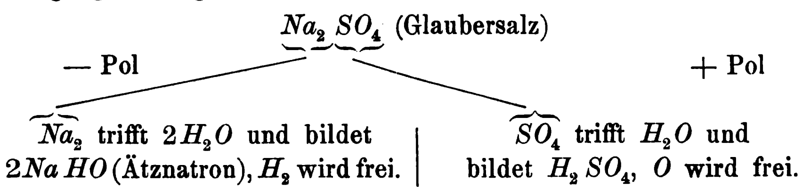
Den Vorgang stellt man sich so vor: zunächst wird die Schwefelsäure in H_2 und SO_4 zerlegt; da das letztere Radikal als solches nicht bestehen kann, greift es das Wasser an nach der Formel $SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$, wobei sich O an der Anode abscheidet.

b) Wird als Elektrolyt ein Sauerstoffsalz, z. B. $CuSO_4$ gewählt, so wird es so zerlegt, daß das Metall Cu sich an der Kathode niederschlägt, während der Säurerest SO_4 — wie bei *a* — das Wasser angreift, wodurch O frei wird. Der letztere Vorgang ist keine elektrische Wirkung, sondern ein chemischer Vorgang und wird deshalb ein sekundärer Vorgang genannt.

Besteht der positive Pol aus Kupfer, so verbindet sich SO_4 mit Cu zu $CuSO_4$, welches sich löst. In diesem Falle wird an der Anode ebensoviel Metall aufgelöst als sich an der Kathode absetzt.

c) Zerlegt man eine Kochsalzlösung $ClNa$ oder Salzsäure HCl, so gehen Na und H an den negativen Pol, Cl an den positiven, der in diesem Falle aus Kohle bestehen muß. Chlor ist an dem Geruche und daran zu erkennen, daß es organische Stoffe bleicht.

d) Zerlegt man die mit Lackmustinktur blau gefärbte Glaubersalzlösung in einer U-förmigen Röhre mittels Platinblechen, so wird die Flüssigkeit bei der Anode rot, bei der Kathode blau. Der Vorgang ist folgender:



Da sich an der Anode $H_2\,SO_4$ und O und an der Kathode $Na\,HO$ und H_2 bilden, so hat es den Anschein, als ob das Salz in eine Säure und eine Base zerlegt worden wäre.

Anmerkung. Apparate, welche dazu dienen, die Stärke eines galvanischen Stromes nach seinen chemischen Wirkungen zu messen, heißen Voltameter. Man hat Knallgas-, Kupfer- und Silbervoltameter. Die Stärke desjenigen Stromes, der in einer Minute $10{\cdot}44\,cm^3$ Knallgas von 0^0 und $760\,mm$ Druck entwickelt oder $0{\cdot}067\,g$ (also in $^1/_4$ Stunde $1\,g$) Silber ausscheidet, wird 1 Ampère genannt.

12. Welche magnetische Wirkung des galvanischen Stromes wird zur Messung der Stromstärke benutzt?

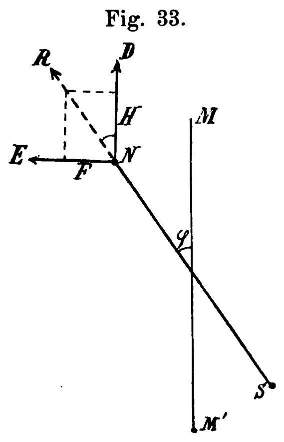
Wenn ein galvanischer Strom in der Nähe einer Magnetnadel vorübergeht, so wird sie aus ihrer Richtung, d.i. aus dem magnetischen

Meridian abgelenkt (**Oersted** 1820, Monument in Kopenhagen); die Ablenkung bleibt aus, wenn die Richtung des Stromes auf der der Nadel senkrecht steht; daraus ist zu ersehen, daß der Strom das Bestreben hat, die Magnetnadel senkrecht zu seiner Richtung zu stellen.

Für die Richtung der Ablenkung gilt die **Ampèresche** Regel: Denkt man sich im Sinne des Stromes einen Schwimmer in solcher Lage, daß er die Nadel sieht, so wird der Nordpol zur linken Hand des Schwimmers abgelenkt.

Um zwischen der Stromstärke S und dem Ablenkungswinkel der Nadel eine Beziehung zu finden, führen wir den Strom parallel zur Richtung einer Deklinationsnadel; letztere wird aus ihrer Ruhelage abgelenkt und nimmt nach einigen Schwingungen eine Gleichgewichtslage ein, welche mit der Ruhelage den Winkel φ einschließt. Auf jeden Pol der Nadel wirken zwei Kräfte: die horizontale Komponente H des Erdmagnetismus in der Richtung des magnetischen Meridians ND und die ablenkende Kraft F des Stromes in der Richtung $NE \perp MM'$ (Fig. 33). Sollen aber zwei Kräfte gar keine Bewegung (Drehung) erzeugen, so muß ihre Resultierende R durch irgend welchen Widerstand aufgehoben werden; dies ist hier dann der Fall, wenn R in die Richtung der Nadel fällt. Demnach ist $F = H \operatorname{tg} \varphi$ und, da die Kraft F der Stromstärke S proportional ist, so ist $S = kF = k \,.\, H \operatorname{tg} \varphi = A \,.\operatorname{tg} \varphi$, d. h. die Stromstärke S ist der trigonometrischen Tangente des Ablenkungswinkels proportional; daher $S : S' = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha'$.

Fig. 33.



Diese Formel ist nur unter der Voraussetzung richtig, daß die Magnetnadel klein und im Mittelpunkte eines kreisförmigen Stromkreises sich befindet.

Ein Instrument, mit welchem man nach diesem Prinzip die Stromstärke messen kann, heißt **Tangentenbussole**.

Um mit einer Tangentenbussole Stromstärken zu messen, muß der in der Formel $S = A \operatorname{tg} \varphi$ vorkommende Faktor A, „Reduktionsfaktor der Tangentenbussole", durch Versuche bestimmt werden.

Zur Bestimmung von A mißt man die Stärke eines Stromes mit dem Voltameter a und beobachtet gleichzeitig den Ablenkungswinkel α an der Bussole: es ist $A = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$, daher $S = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha} \,.\, \operatorname{tg} \varphi$ *Ampère*, wenn a in Ampère ausgedrückt ist.

Die Sinusbussole unterscheidet sich von der Tangentenbussole dadurch, daß der Stromkreis der abgelenkten Nadel nachgedreht wird, so daß der Stromkreis und die Nadel wieder zueinander parallel sind. Die Sinusbussole besitzt gegen die Tangentenbussole den Vorteil, daß das Sinusgesetz $S : S' = \sin\varphi : \sin\varphi'$ unabhängig von der Nadellänge ist, und sehr schwache Ströme gemessen werden können.

Anmerkung. Die magnetischen Meßinstrumente sind den chemischen vorzuziehen; sie sind nicht bloß empfindlicher, sondern sie geben die Stromstärke in einem bestimmten Moment, während das Voltameter nur die durchschnittliche Stromstärke während der Zersetzungszeit gibt.

Ein Strom bewirkt in der Tangentenbussole eine Ablenkung von 30° und liefert in einer gewissen Zeit 49 cm^3 Knallgas; ein zweiter Strom lenkt dieselbe Nadel um 45° ab; wie viel cm^3 Knallgas wird er im Wasserersetzungsapparate in derselben Zeit erzeugen?

Ein galvanischer Strom, der bei einer Tangentenbussole eine Ablenkung von 23° 40′ bewirkt, liefert zugleich in 2·5 Minuten 130 cm^3 Knallgas von 0° und 760 *mm* Spannkraft. Wie groß ist der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole?

13. Wie bestimmt man den Widerstand, den ein Leitungsdraht dem elektrischen Strome entgegensetzt?

Den Widerstand, welchen ein Leiter dem elektrischen Strome entgegensetzt, nennt man den Leitungswiderstand. Die Versuche haben zur Kenntnis folgender Gesetze geführt: 1. Schließungsleiter von gleicher materieller Beschaffenheit, gleicher Länge und vom gleichen Querschnitte haben, wenn ihre Temperatur dieselbe ist, einen gleichen Leitungswiderstand. 2. Die Leitungswiderstände bestimmter Teile des Schließungsbogens sind bei gleicher Substanz und gleichem Querschnitte den Längen proportional. 3. Bei Drähten von gleicher materieller Beschaffenheit und gleicher Länge verhalten sich die Widerstände wie verkehrt die Querschnitte. Der Widerstand eines Leiters von 1 *m* Länge und 1 mm^2 Querschnitt wird sein spezifischer Leitungswiderstand (k) genannt; der reziproke Wert von k heißt Leitungsfähigkeit. Mathematisch zusammengefaßt heißt dies: $w = \frac{kl}{q}$. Als Einheit des Widerstandes wird derjenige eines Quecksilberfadens von 1 *m* Länge und 1 mm^2 Querschnitt bei einer Temperatur von 0° angenommen. Diese Einheit hat den Namen Siemens (1860).

Die theoretische Widerstandseinheit heißt ein *Ohm*, d. i. der Widerstand eines Quecksilberfadens von 1·06 *m* Länge und 1 mm^2

Querschnitt bei 0°. Die Widerstandseinheit oder ein Vielfaches davon kann man auf jeden beliebigen Draht, z. B. auf Neusilberdraht übertragen und diesen geeichten Draht auf einen schlecht leitenden Zylinder in einer Spirale aufwickeln. Apparate, welche beliebig viele Widerstandseinheiten in einen Stromkreis einzuschalten gestatten, nennt man Rheostate. (Rheostat von Wheatstone, Stöpselrheostat von Siemens, Kurbelrheostat.) Zur Einschaltung kleinerer Widerstände als 1 dient das Rheochord von Poggendorff.

Um den Widerstand, welchen irgend ein Leitungsdraht dem elektrischen Strome darbietet, zu finden, schaltet man denselben nebst einer Tangentenbussole und den auf Null gestellten Rheostat in den Schließungskreis ein, merkt sich den Ausschlag (φ) der Nadel, schaltet den zu messenden Draht aus und schaltet dafür so viel von dem Rheostatendraht ein, bis die Nadel wieder denselben Ausschlag φ gibt.

Auch die zwischen den Elektroden eines Wasserzersetzungsapparates oder zwischen den Platten eines galvanischen Elements enthaltene Flüssigkeitsschichte kann als linearer Leiter angesehen werden; die Länge entspricht dem Abstande der Platten, der Querschnitt der Größe der eingetauchten Platten.

Anmerkung. Durch die Widerstandseinheit 1 *Ohm* und durch die Stromstärke 1 *Ampère* ist auch die Einheit für die elektromotorische Kraft: 1 *Volt* bestimmt. 1 *Volt* ist jene elektromotorische Kraft, welche in 1 *Ohm* Widerstand den Strom 1 *Ampère* erzeugt (1884).

14. Welche praktische Anwendung gestattet das Ohm'sche Gesetz?

Das Ohmsche Gesetz (Ohm 1826) lautet: Die Stromstärke ist der elektromotorischen Kraft direkt und dem Gesamtwiderstande des Stromkreises umgekehrt proportional. Mit Zugrundelegung der Einheiten vom Jahre 1884 spricht man es so aus: die Stromstärke S (in *Ampère*) ist gleich der elektromotorischen Kraft E (in *Volt*) dividiert durch den Gesamtwiderstand W (in *Ohm*); d. i. $S = \frac{E}{W}$.

Der Gesamtwiderstand W zerfällt in zwei Teile: in den Widerstand L in dem Leitungsdrahte und den Widerstand K in der Kette selbst, mithin $S = \frac{E}{L + K}$.

Mittels des Ohmschen Gesetzes läßt sich ermitteln, in welchem Falle die Vermehrung der galvanischen Elemente und in welchem die

Vergrößerung der Oberfläche eines jeden Elementes die Stromintensität verstärkt.

a) Werden n Elemente nacheinander zu einer Batterie zusammengestellt, so ist die elektromotorische Kraft $= nE$, der Widerstand in der Kette $= nK$, während L unverändert bleibt, mithin $S_1 = \frac{nE}{L + nK}$.

Ist L sehr klein gegen K, folglich auch gegen nK (wie dies der Fall ist, sobald der Schließungsbogen ein kurzer, dicker Metalldraht ist), so ist $S_1 = \frac{nE}{nK} = \frac{E}{K} = S$, d. h. die Stromstärke ist von der Anzahl der Elemente unabhängig.

Ist aber K und auch nK sehr klein gegen L (wie dies der Fall ist, sobald der Schließungsdraht ein sehr langer oder sehr dünner Draht ist oder sobald man eine Flüssigkeit im Voltameter eingeschaltet hat), so ist $S_1 = \frac{nE}{L} = n \, . \, S$, d. h. Stromstärke wächst mit der Anzahl der Elemente.

b) Werden die n Elemente parallel geschaltet, so entsteht ein $n$mal so großes Element; dadurch wird der Widerstand in der Kette $n$mal so klein, während E und L gleich bleibt; es ist

$$S_2 = \frac{E}{L + \frac{K}{n}} = \frac{nE}{nL + K}.$$

Ist wieder K im Vergleich zu L, somit auch im Vergleich zu nL fast Null, so ist $S_2 = \frac{nE}{nL} = S$, d. h. bei Anwendung eines Schließungsbogens von sehr großem Widerstande wächst die Stromstärke nicht durch Vergrößerung der Platten.

Ist aber L, ja sogar nL im Vergleiche zu K fast Null, so ist $S_2 = \frac{nE}{K} = nS$, d. h. bei Anwendung eines Schließungsbogens von sehr kleinem Widerstande wächst die Stromstärke mit der Vergrößerung der Platten.

Anmerkung. Kann von den zwei Widerständen nK und L einer Kette der eine im Vergleiche zum andern nicht vernachlässigt werden, so tritt das Maximum der Stromstärke dann ein, wenn der Widerstand der Kette gleich dem des Schließungsbogens ist.

Beweis. Es sei S die Stromstärke der zu einem Elemente vereinigten Elektromotoren, K und L die Widerstände, so ist $S = \frac{E}{K + L}$.

Bildet man aus den großplattigen Elektromotoren n Elemente, so steigt die elektromotorische Kraft auf das n fache; wegen Verkleinerung des Querschnittes der leitenden Flüssigkeit wird der innere Widerstand in jedem Elemente n mal, in n Elementen n^2 mal so groß; folglich $S = \frac{nE}{n^2K+L} = \frac{E}{nK + \frac{L}{n}}$. Um zu finden, wann der Nenner den kleinsten Wert erhält, schreibt man: $nK + \frac{L}{n} = \left(\sqrt{nK} - \sqrt{\frac{L}{n}}\right)^2 + 2\sqrt{KL}$; dieser Ausdruck ist ein Minimum, wenn der erste Summand $= 0$, also $nK = \frac{L}{n}$, $n^2 K = L$ d. h. der innere Widerstand gleich dem äußeren ist.

Aufgaben.

1. Man soll 6 galvanische Elemente mit der elektromotorischen Kraft e, dem inneren Widerstande k und dem äußeren Widerstande L zu einer Batterie verbinden. Welche Schaltung gibt den stärksten Strom?

Auflösung. Werden alle Elemente nacheinander (nebeneinander) geschaltet, so beträgt die Stromstärke

$$J_1 = \frac{6e}{6k+L} \quad \left(J_2 = \frac{e}{\frac{k}{6}+L}\right).$$

Verbindet man die Elemente zu einer Batterie mit 2 (3) mal so großen Platten als im 1. Falle, so ist

$$J_3 = \frac{3e}{3\frac{k}{2}+L} \quad \left(J_4 = \frac{2e}{2\frac{k}{3}+L}\right).$$

1. $e = 2$ *Volt*, $k = 0{\cdot}2$ *Ohm*, $L = 1{\cdot}2$ *Ohm*.

2. $e = 2$ *Volt*, $k = 1{\cdot}75$ *Ohm*, $L = 0{\cdot}6$ *Ohm*.

2. Man will 10 parallel geschaltete Lampen, deren jede 32 *Ohm* hat und 1·25 *Ampère* Stromstärke erfordert, zum Glühen bringen; wie viel Elemente zu 1·75 *Volt* und innerem Widerstand 0·08 *Ohm* sind mindestens dazu nötig?

Aus $12{\cdot}5 = \frac{1{\cdot}75\,n}{0{\cdot}08n + 3{\cdot}2}$ erhält man $n = 54$.

3. Wie viel hintereinander geschaltete Akkumulatoren von 2 *Volt* und 0·01 *Ohm* Widerstand sind erforderlich, um 20 parallel geschaltete Lampen von je 50 *Volt* und 0·7 *Ampère* mit Strom zu versorgen?

Aus $0{\cdot}7 = \frac{50}{w}$ folgt für den Widerstand einer Lampe $w = \frac{50}{0{\cdot}7}$; durch

die Paralleleinschaltung wird der Gesamtwiderstand kleiner, nämlich $\frac{50}{0{\cdot}7\,.\,20} =$ $= \frac{5}{1{\cdot}4} = \frac{25}{7}$. Zur Bestimmung der Anzahl der Akkumulatoren dient die Gleichung $14 = \frac{2\,x}{0{\cdot}01\,x + \frac{25}{7}}$.

4. Die Polklämmen einer Batterie von 5 Elementen mit der elektromotorischen Kraft $e = 0{\cdot}8$ *Volt* und dem inneren Widerstande $k = 0{\cdot}3$ *Ohm* sind durch einen Draht von $l = 2$ *Ohm* verbunden, der in der Mitte eine Lücke hat, welche durch zwei parallele Leitungen von $w_1 = 8$ *Ohm* und $w_2 = 6$ *Ohm* ausgefüllt ist. Wie groß ist die Stromstärke in jedem Zweige?

Auflösung. Nach dem Ohm'schen Gesetze muß $i_1 = \frac{e}{w_1}$ und $i_2 = \frac{e}{w_2}$ sein; daraus folgt: $i_1 : i_2 = w_2 : w_1$, d. h. die Stromstärken in den beiden Zweigen verhalten sich wie umgekehrt die Widerstände derselben. Bezeichnet W den Gesamtwiderstand, welchen die beiden Leitungen (von derselben Länge und verschiedenem Querschnitte gedacht) in eine vereinigt darbieten, so muß die Stromstärke in der ganzen Leitung $J = \frac{e}{W}$ sein, wobei $J = i_1 + i_2$ ist.

Aus $\frac{e}{W} = \frac{e}{w_1} + \frac{e}{w_2}$ oder $\frac{1}{W} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{6}$ erhält man $W = \frac{24}{7}$ *Ohm*. Danach ist $J = \frac{5\,e}{5\,k + l + W} = 0{\cdot}58$ *Ampère*.

Aus $i_1 : i_2 = w_2 : w_1$ folgt zunächst

$$(i_1 + i_2) : i_1 = (w_1 + w_2) : w_2, \text{ also } i_1 = \frac{J\,w_2}{w_1 + w_2} = 0{\cdot}25 \textit{ Ampère}$$

und $(i_1 + i_2) : i_2 = (w_1 + w_2) : w_1$, also $i_2 = \frac{J\,w_1}{w_1 + w_2} = 0{\cdot}33$ *Ampère*.

15. Wie bestimmt man die Konstanten eines galvanischen Elements?

Unter den Konstanten eines galvanischen Elementes versteht man die elektromotorische Kraft und den inneren Widerstand dieses Elementes.

Zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft und des inneren Widerstandes W eines galvanischen Elementes kann man die von Ohm angegebene Methode anwenden: In den Stromkreis des Elementes wird ein Rheostat R und eine Tangentenbussole eingeschaltet. Ist dabei

in R kein Widerstand eingeschaltet (Kurzschluß des Elementes), so ist $i = \frac{e}{W}$; ist dagegen in R ein bestimmter Widerstand l eingeschaltet, so ist $i' = \frac{e}{W+l}$; aus diesen Gleichungen erhält man: $W = \frac{li'}{i-i'}$ und $e = \frac{lii'}{i-i'}$.

Die elektromotorische Kraft eines Elements ist nur von der Natur der Elektromotoren der ersten Ordnung und von der Flüssigkeit, in welcher sie stehen, abhängig, aber nicht von ihrer Größe.

Die elektromotorische Kraft eines Meidinger'schen Elementes = 1 *Volt.*

Zur direkten Ablesung der Stromstärke einer Batterie dient das Ampèremeter und zur direkten Ablesung der elektromotorischen Kraft das Voltmeter.

Den Ampèremetern gibt man einen verschwindend kleinen Widerstand; sie müssen nämlich in den Stromkreis selbst eingeschaltet werden, dessen Stärke bestimmt werden soll, und dürfen ihn nicht durch Widerstand belasten.

Den Voltmetern gibt man einen sehr großen Widerstand; sie werden an jene zwei Stellen des Hauptstromes angefügt, deren Potentialdifferenz zu ermitteln ist. Sie dürfen nur einen einzigen Bruchteil des Hauptstromes ableiten

16. Worauf beruhen die verschiedenen im Gebrauche stehenden Telegraphen?

Zur schnellen Übermittlung von Signalen und Schriftzeichen in die Ferne benutzt man vorzugsweise die magnetischen Wirkungen des galvanischen Stromes.

a) Auf der Ablenkung der Magnetnadel beruhen die Nadeltelegraphen; indem man nämlich durch eine Drahtleitung nach einer entfernten Station einen Strom schickt, wo er eine Magnetnadel in vielen Windungen umkreist, kann man je nach der Richtung, die man dem Strome durch einen Komutator gibt, die Nadel beliebig nach rechts oder links ablenken; aus diesen zwei Zeichen lassen sich nach Übereinkunft alle Schriftzeichen zusammensetzen. Gauss und Weber 1833.

b) Auch in der unterseeischen Kabeltelegraphie erfolgen die Zeichen durch die Ablenkung einer sehr empfindlichen Magnetnadel.

Beim transatlantischen Telegraphen (Thomson 1858) besteht der Zeichenempfänger aus einem Magnetstäbchen, welches einen kleinen, aus versilbertem Glase bestehenden Spiegel trägt und mit diesem an einem Kokonfaden aufgehängt ist. Dem Spiegel gegenüber steht in einer Entfernung von etwa 1 *m* ein breiter Schirm und hinter diesem eine Lampe, deren durch eine Linse

konzentriertes Licht durch eine Spalte des Schirmes auf das Spiegelchen fällt; von diesem reflektiert, erzeugt es auf dem Schirme eine helle Linie, welche bei der geringsten durch den elektrischen Strom bewirkten Drehung des Magnetstäbchens und Spiegels nach der einen oder andern Seite hin um eine bedeutende Strecke sich fortbewegt. Durch Kombination verschiedener solcher Ablenkungen erhält man das Alphabet.

c) Der am häufigsten gebrauchte Zeichendrucktelegraph von Morse (1837) beruht auf der Anwendung des Elektromagnetismus.

Dieser Drucktelegraph besteht außer der Batterie und dem Leitungsdraht aus dem Taster und dem Schreibapparat.

Der Taster ist ein metallener Hebel, der, niedergedrückt, die galvanische Verbindung der zwei Stationen schließt.

Der Schreibapparat besteht aus einem Elektromagnet, der einen am kürzeren Arme eines Hebels befindlichen Anker anzuziehen hat; geschieht letzteres, so drückt eine stumpfe Stahlspitze an dem längeren Arme des Hebels auf einen Papierstreifen, welcher zwischen zwei durch ein Uhrwerk in Bewegung gesetzten Walzen langsam hindurchgezogen wird, und macht hier einen Punkt oder Strich, je nachdem der Strom nur einen Augenblick oder längere Zeit geschlossen gehalten wird. Aus Strichen und Punkten ist das Alphabet zusammengesetzt.

Eine Zurückleitung des Stromes ist nicht erforderlich (Steinheil 1838), denn es genügt, an den beiden Stationen die Enden der Drahtleitung mittels großer Metallplatten in unmittelbare Verbindung mit dem Erdreich zu setzen; die Erde wirkt aber nicht als Leiter, sondern als Ableiter.

Beim Telegraphieren auf weite Entfernungen könnte es geschehen, daß der Strom nicht stark genug wäre, um den Schreibapparat in Tätigkeit zu setzen. Dann wird ein Relais eingeschaltet. Dieser Apparat besteht aus einem Elektromagnet mit einem leicht beweglichen Anker. Jedesmal, wenn der Anker angezogen wird, findet durch Kontakt die Schließung eines zweiten Stromkreises, in welchem die Lokalbatterie auf den Schreibapparat wirkt.

d) Rascher als der Morsesche Drucktelegraph arbeitet der Typendrucktelegraph von Hughes (spr. Juhs) (1855), der die Depesche gleich druckt.

Die Apparate auf den beiden miteinander in Korrespondenz stehenden Stationen sind ganz gleich gebaut. Auf dem Umfange eines schnell umlaufenden Rades sind die Buchstaben des Alphabetes wie Buchdrucktypen angebracht; wird auf der Abgangsstation eine mit einem bestimmten Buchstaben bezeichnete Taste niedergedrückt, so wird in demselben Augenblicke, der gleiche Buchstabe auf dem Rade der andern Station gegen einen Papierstreifen gedrückt, so daß ein Abdruck von ihm entsteht.

e) Die chemischen Wirkungen des galvanischen Stromes benutzt man beim Pantelegraphen von Caselli (1859), mit dem man jede beliebige Schrift oder Zeichnung telegraphieren kann.

Auf beiden Stationen werden zwei miteinander in leitender Verbindung stehende Eisenstifte durch zwei genau gleich gehende schwere Pendel über zwei Metallzylinder hin- und hergeführt und nach jeder Schwingung um $^1/_4$ *mm* seitlich verschoben. Auf die Zylinderfläche der Abgangsstation wird die mit dicker nicht leitender Tinte auf metallisiertes Papier geschriebene Depesche gelegt, auf die der Empfangsstation ein mit Blutlaugensalzlösung angefeuchtetes. So lange der erste Stift das leitende Papier berührt, wird der Strom abgeleitet; sowie er aber auf die Schrift gelangt, geht der Strom zum zweiten Stift und durch das zweite Papier; auf diesem entsteht durch Elektrolyse des Blutlaugensalzes eine feine blaue Linie. Durch diese kurzen, parallelen Querlinien wird die Originalschrift genau nachgebildet.

17. Durch welche Erscheinungen werden wir auf einen Zusammenhang zwischen Magnetismus und Elektrizität geführt?

Auf einen Zusammenhang zwischen Magnetismus und Elektrizität werden wir durch die Erscheinung des Elektromagnetismus und durch die dynamischen Wirkungen der Ströme aufeinander und auf Magnete geführt.

Der galvanische Strom wirkt nicht bloß ablenkend auf Magnete, sondern bringt auch selbst magnetische Wirkungen hervor.

Umwickelt man einen Eisenstab mit übersponnenem Kupferdraht und leitet durch letzteren einen Strom, so wird das Eisen magnetisch (Arago 1820). Hält man den Stab so gegen sich, daß der Strom in der Richtung der Uhrzeiger um denselben kreist, so ist das uns zugewendete Ende der Südpol, das abgewendete Ende der Nordpol.

Ein durch einen galvanischen Strom magnetisch gemachter Stab aus weichem Eisen heißt ein Elektromagnet oder temporärer Magnet; die Tragkraft wächst mit der Stromstärke, mit der Anzahl der Windungen und nimmt auch mit der Dicke des Eisens zu. Stahlstäbe werden zu permanenten Magneten.

Steht ein Elektromagnet in Berührung mit einem Anker, so wird der größte Teil des temporären Magnetismus auch nach dem Aufhören des Stromes noch zurückgehalten und verschwindet erst beim Abreißen des Ankers (remanenter Magnetismus).

Danach kann man jeden Magnet als einen Körper ansehen, welcher senkrecht zu seiner Längsrichtung von elektrischen Strömen umkreist wird.

Mit Hilfe des Ampèreschen Gestelles (Ampère 1826) läßt

sich die „elektrodynamische“ Wechselwirkung der galvanischen Ströme zeigen:

a) Gleichstimmig parallele Ströme ziehen einander an (auch an der Drahtspirale von Petřina), ungleichstimmig parallele Ströme stoßen einander ab.

b) Gekreuzte oder nicht parallele Ströme, die nach einem Punkte hin- oder von einem Punkte weggehen, ziehen einander an; geht dagegen der eine Strom nach dem Punkte hin, von welchem der andere Strom weggeht, so stoßen sie einander ab. Gekreuzte Stromteile zeigen also das Bestreben, sich parallel und gleich gerichtet zu stellen.

c) Ein leicht beweglicher Strom stellt sich senkrecht zum magnetischen Meridian also ostwestlich und zwar so, daß in dem ganzen Leiter, von Süden her betrachtet, der Strom in der Richtung des Uhrzeigers kreist.

Kehrt man die Richtung des Stromes um, so dreht sich der bewegliche Leiter um 180° um.

Durch Zusammenstellung von mehreren solchen Stromkreisen, welche alle von elektrischen Strömen nach derselben Richtung durchlaufen werden, erhält man das Solenoid.

Ein drehbares Solenoid stellt sich (vom Strom durchflossen) so, daß seine Achse sich im magnetischen Meridian befindet. Ein jeder Pol des Solenoides wird vom gleichnamigen Pole eines Magnetstabes abgestoßen, vom ungleichnamigen angezogen.

Ein Solenoid verhält sich daher in jeder Beziehung wie ein Magnetstab.

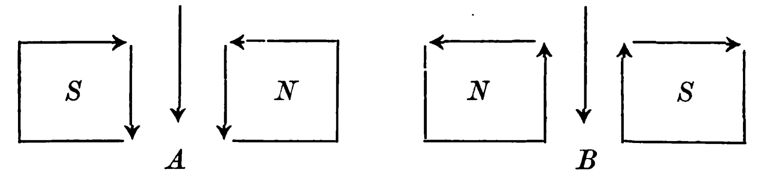
18. Wie kann man alle magnetischen Erscheinungen auf elektrodynamische Wechselwirkung galvanischer Ströme zurückführen?

Nach Ampère ist jedes der Magnetisierung fähige Molekül von einem geschlossenen Kreisstrom umflossen. In einem nicht magnetischen Körper sind diese Molekularströme zwar vorhanden, aber einander nicht parallel und heben sich in ihrer Wirkung gegenseitig auf; die Körper magnetisieren, heißt: die Molekularströme gleichstimmig parallel richten. Der Sättigungspunkt ist eingetreten, wenn alle Molekularströme einander parallel sind. Sind die Ströme gleichgerichtet, so heben sich ihre Wirkungen bloß im Innern auf, die an der Oberfläche gelegenen erfahren keine Kompensation. Der magnetische Körper verhält sich daher wie ein Solenoid, das vom Strome

durchflossen wird; der Südpol ist auf derjenigen Seite, von welcher aus gesehen der Strom die Richtung des Uhrzeigers hat. Nach dieser Ampèreschen Theorie des Magnetismus ziehen sich die entgegengesetzten Pole eines Magnetes an, weil die Ströme an ihnen gleiche Richtungen haben, und stoßen sich die gleichnamigen Pole ab, weil die Ströme entgegengesetzte Richtungen haben. Auch läßt sich leicht erklären, warum man durch Zerbrechen eines Magnetes an der Bruchstelle einen Süd- und Nordpol erhält.

Die Ablenkung der Magnetnadel durch den elektrischen Strom ist eine notwendige Folge des Gesetzes, daß zwei aufeinander wirkende Ströme sich so zu stellen streben, daß beide dieselbe parallele Richtung haben.

Die Erklärung der Rotation des Barlow'schen Rades ist folgende: Mittels eines Kommutators kann man die Pole des Elektromagnets ändern, aber nicht die Richtung des Stromes im Rade; geht der Strom von der Achse des Rades gegen die im Quecksilber eingetauchte Spitze, so wird der bewegliche Stromleiter entweder angezogen (siehe *A*) oder abgestoßen (siehe *B*).



Den Erdmagnetismus kann man sich als Wirkung eines um die Erde kreisenden elektrischen Stromes denken, welcher, da der magnetische Südpol im Norden liegt, die Erde von *O* nach *W* umkreist.

19. Wodurch erhält man induzierte Ströme?

Im Jahre 1831 entdeckte Faraday (spr. Färrede), daß in einem in sich geschlossenen, ursprünglich stromlosen Leiter elektrische Ströme entstehen, wenn in seiner Nähe in einer zweiten Leitung ein galvanischer Strom geschlossen und geöffnet wird. Die so erregten Ströme werden induzierte oder Induktionsströme genannt.

Zur Demonstration der Induktionsströme braucht man zwei Leitungen, die recht lange nebeneinander laufen. Man benutzt dazu zwei Drahtrollen, von denen man die dünnere (*A*) in die weitere (*B*) einschieben kann. Die Drahtrolle *A* mit wenigen Windungen dicken, übersponnenen Drahtes steht mit der Batterie, die Drahtrolle *B* mit vielen Windungen dünnen, gut isolierten Drahtes steht mit dem Galvanoskop in Verbindung. Wird, während *A* in *B* steckt, in *A*

der Strom geschlossen, so schlägt die Magnetnadel im Augenblicke des Stromschlusses aus, um nach wenigen Schwingungen wieder in die Ruhelage zurückzukehren. Von da an bleibt die Nadel in Ruhe, solange auch der Strom in A kreist.

Unterbricht man den Strom, so erfolgt abermals ein Ausschlag, aber nach entgegengesetzter Richtung. Ganz dasselbe erfolgt, wenn die vom Strome durchflossene Leitung A der Leitung B genähert oder von ihr entfernt wird.

Der beim Schließen einer galvanischen Kette oder beim Annähern eines Stromes entstehende induzierte Strom ist dem induzierenden entgegengesetzt; dagegen hat der beim Öffnen der Kette oder beim Entfernen des Stromes entstehende induzierte Strom mit dem induzierenden dieselbe Richtung. Die Stärke des induzierten Stromes ist um so größer, je stärker der induzierende Strom, je geringer die Entfernung der beiden Leitungen und je länger die Strecke ist, welche beide Ströme nebeneinander durchlaufen.

Diese galvanische Einwirkung, wodurch in einem geschlossenen Leiter ein galvanischer Strom hervorgerufen wird, wenn ein Strom dem Leiter genähert oder von demselben entfernt oder, was dasselbe ist, wenn die Intensität des Stromes in A stärker oder schwächer wird, sowie auch, wenn ein galvanischer Strom entsteht oder aufhört, wird galvanische oder Volta'sche Induktion genannt zum Unterschiede von der Magneto-Induktion, wo induzierte Ströme durch Magnete erzeugt werden.

Schiebt man in die Rolle B einen Magnetstab ein, so zeigt die Magnetnadel einen Induktionsstrom an, welcher mit dem um den Magnet kreisenden Ampèreschen Strome entgegengesetzte Richtung hat, kehrt aber sogleich wieder in ihre Ruhelage zurück. Sobald man den Magnet herausnimmt, weicht die Magnetnadel nach der andern Seite ab. Statt einen Magnet einzuschieben und herauszuziehen, kann man einen weichen Eisenstab oder noch besser ein Bündel dünner Eisenstäbe ein für allemal in die Höhlung der Spule bringen und durch Annähern und Entfernen eines Magnetpoles abwechselnd die Stäbe magnetisch und unmagnetisch machen. Die Volta-Induktionsströme werden stets durch Magnetinduktion verstärkt.

Faraday fand, daß auch die einzelnen Windungen desselben Stromleiters aufeinander eine Induktionswirkung ausüben. Diesen Induktionsstrom in der Hauptleitung nennt man Extrastrom.

Leitet man einen Strom, in dessen Kreis ein Quecksilbernäpfchen eingeschaltet ist, in eine Drahtrolle, in deren Höhlung ein Eisenstab steckt, so erhält

man einen starken, klatschenden Funken, wenn man den einen Leitungsdraht aus dem Quecksilber herausnimmt, während doch derselbe Strom ohne Einschaltung der Rolle, also bei geringerem Widerstande nur ein kleines Fünkchen gibt.

Den Extrastrom sieht man: bei allen Induktionsapparaten an der Stelle, wo der Hauptstrom geschlossen und unterbrochen wird; bei der Spirale von Petřina, beim Barlowschen Rädchen.

20. Das Telephon als Fernsprecher.

Das Telephon übermittelt durch Induktionsströme gesprochene Worte deutlich hörbar an eine entfernte Station. Das Bell'sche (Bell 1875) Telephon besteht aus einem Magnetstabe m, dessen einer Pol von einer Induktionsspule S umgeben ist. Vor dem Magnetpole liegt eine dünne Eisenplatte e. Wird gegen diese gesprochen, so gerät sie in Schwingungen und die dadurch erzeugte Veränderung im magnetischen Zustande von m induziert in S-Ströme, welche sich zur Spule eines zweiten, gleich eingerichteten Apparates fortpflanzen, dort den magnetischen Zustand von m' ändern und dadurch die Eisenplatte e' in entsprechende Schwingungen versetzen wie sie e gemacht hat, so daß die gesprochenen Laute wiedergegeben werden.

Um auf weite Strecken zu telephonieren, benutzt man als Sprechapparat das Mikrophon, das Telephon selbst nur zum Hören. Bei dieser Zusammenstellung ist ein Batteriestrom erforderlich. Das Mikrophon (Hughes 1878) besteht in seiner einfachsten Form aus einem an beiden Enden zugespitzten Stäbchen aus Gaskohle, welches mit zwei an einem Brettchen befestigten Kohlenstückchen in loser Berührung ist. Der Stromleiter, welcher Batterie und Mikrophon enthält, wird um einen Eisenkern gewunden; über diese primäre Spule ist eine sekundäre gewickelt, deren Enden mit dem Telephon verbunden sind. Die in der Nähe des Mikrophons erregten Schallwellen verändern die Berührung der Kohlenstäbchen und ändern dadurch die Stärke des Batteriestromes. Durch die Schwankungen der Stromstärke in der Hauptrolle werden in der Nebenrolle des Induktionsapparates Induktionsströme wachgerufen, welche das Telephon zu lautem Sprechen bringen.

21. Es ist das Prinzip der elektromagnetischen und dynamoelektrischen Maschinen zu erklären.

Sämtliche Maschinen, welche kontinuierliche Ströme liefern, beruhen auf demselben Prinzip, welches der Gramme'schen Ring-

maschine zugrunde liegt, nämlich durch Summierung zahlreicher, gleichzeitig auftretender Teilströme von verschiedener Stärke einen konstanten Gesamtstrom zu erhalten.

Zum Verständnis der Wirkungsweise des Grammeschen Ringinduktors untersuchen wir zunächst, was für Ströme in einem aus Kupferdraht gebildeten Ringe entstehen, wenn derselbe so über einen Magnetstab fortgeschoben wird, daß er den letzteren umschließt. Bewegt sich ein vor dem Südpol in *A* (Fig. 34) befindlicher Ring auf diesen zu nach *B*, so wird in dem Ringe, weil er sich sämtlichen Ampèreschen Strömen des Magnetes nähert, ein diesen Strömen entgegengesetzter Strom induziert. Schiebt man den Ring weiter nach *C*, so nähert er sich den links von *C* liegenden Strömen, während er sich von den rechts gelegenen entfernt. Der resultierende, induzierte Strom hat die Richtung des früheren, ist aber schwächer. In *D* ist Annäherungsstrom und Entfernungsstrom gleich.

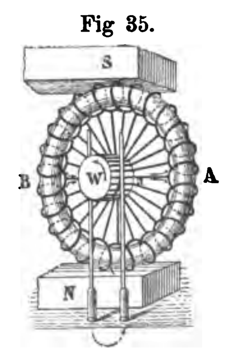
Fig. 34.

F E D C B A

Beim Fortbewegen durch die Lage *E* überwiegt die Summe der rechts gelegenen Ströme; der im Ring induzierte Strom ist dem in *B* und *C* entstandenen entgegengesetzt. Ein ebenso gerichteter, aber stärkerer Strom muß vorhanden sein, wenn der Ring über den Nordpol in *F* angelangt ist, da er sich dann von sämtlichen Strömen des Magnetes entfernt. Von da an wird dieser Strom immer schwächer, bis er in einer gewissen Entfernung verschwindet.

Bei der Gramme'schen (1871) Maschine dreht sich zwischen zwei Polen *N* und *S* (Fig. 35) eines hufeisenförmigen Magnetes um eine zur Ebene seiner Schenkel senkrechte Achse ein Ring aus weichem Eisen, auf den eine Anzahl von Drahtwindungen aufgeschoben ist, von denen jede mit der folgenden in fortlaufender Verbindung steht. Von den Verbindungsstellen je zweier benachbarten Spulen laufen metallische Fortsätze zur Achse des Ringes, wo sie rechtwinklig eingebogen und isoliert voneinander auf der Achse parallel zu ihr befestigt sind. Zwei Drahtbündel schleifen federnd beiderseits auf der Achse und nehmen die während der Umdrehung in den Spulen erregten Induktionsströme auf.

Fig 35.



Unter dem Einflusse der zwei Magnetpole *N* und *S* wird der Eisenring magnetisch, und zwar so, daß er gleichsam aus zwei halbkreisförmigen Magneten *SAN* und *SBN* besteht, welche in *S* und *N* mit gleichnamigen Polen zusammenstoßen und in *A* und *B* ihre Indifferenzstellen haben. Die Lage dieser Pole ändert sich während der Umdrehung des Ringes nicht, da ja das weiche Eisen seinen Magnetismus nicht festhält; die Wirkung ist also dieselbe, als ob der Eisenring mit einem Südpol bei *N* und einem Nordpol bei *S* unbeweglich stehen bliebe und bloß die Drahtspulen längs desselben dahinglitten.

Die hiedurch induzierten Ströme haben in den Spulen der untern Ringhälfte die entgegengesetzte Richtung wie in denjenigen der obern; die neutrale Linie *AB* ist die Linie des Stromwechsels. Die auf der Achse in der neutralen Linie (die jedoch in der Richtung der Drehung etwas verschoben ist) schleifenden Bürsten nehmen die entgegengerichteten Ströme der beiden Ringhälften in gleichem Sinne auf und senden in den Schließungsbogen *L* einen kontinuierlichen Strom von einerlei Richtung.

Die dynamoelektrische Maschine unterscheidet sich von der magnetoelektrischen dadurch, daß der Stahlmagnet der letzteren durch einen Elektromagnet ersetzt wird, um dessen Eisenkern man den aus dem Induktor kommenden Strom gehen läßt. Dreht man den Induktor, so reicht der schwache, auch im weichsten Eisen zurückbleibende Magnetismus, wenn man das Eisen einmal elektromagnetisch gemacht hat, hin, um einen zunächst schwachen Induktionsstrom zu erregen, welcher den Magnetismus steigert und dadurch wiederum die Induktion verstärkt. Bei fortgesetzter Drehung wird nach diesem von Siemens (1867) entdekten dynamoelektrischen Prinzip die Stromstärke im Schließungskreise bis zu einer Grenze gesteigert, welche durch die Sättigung der Magnete und andere Umstände bedingt ist.

In der dynamoelektrischen Maschine hat man auch ein Mittel, die Elektrizität praktisch zur Erzeugung von Bewegungen zu benutzen.

Die elektromotorische Kraft einer Dynamomaschine = 140 *Volt* und der nnere Widerstand = 2 *Ohm*; wie viel parallel geschaltete Glühlampen von je 40 *Ohm* und $\frac{3}{4}$ *Ampère* Stromstärke sind damit in Betrieb zu setzen? (73)

22. Was ist über die Thermoelektrizität bekannt?

Außer der Reibung, der Berührung und der Induktion existiert noch eine vierte Elektrizitätsquelle: die Wärme. (Seebeck 1821.)

Lötet man ein Wismutstäbchen so an ein Antimonstäbchen, daß sie ein Viereck bilden, so wird eine im Innern angebrachte

Magnetnadel abgelenkt, sobald man die eine Lötstelle erwärmt; der Strom geht an dieser Stelle vom Wismut zum Antimon; beim Abkühlen derselben Lötstelle erhält man einen Strom von entgegengesetzter Richtung. Zwei verschiedene Metalle, welche so verlötet sind, daß sie einen geschlossenen Kreis bilden, nennt man ein Thermoelement. Auch ein heißer Kupferdraht, an einen kalten gehalten, zeigt im Multiplikator einen Strom an.

Die Metalle lassen sich in eine Reihe zusammenstellen „thermoelektrische Spannungsreihe“, in welcher sie so aufeinander folgen, daß der elektrische Strom bei der Erwärmung der Verbindungsstelle zweier Metalle immer von einem der voranstehenden Metalle zum nachfolgenden übergeht und daß bei gleicher Erwärmung dieser Strom um so stärker ist, je weiter die Metalle in der Reihe auseinanderstehen; Wismut und Antimon sind die Endglieder dieser Reihe.

Innerhalb enger Temperaturgrenzen sind die thermoelektromotorischen Kräfte dem Temperaturunterschiede der beiden Lötstellen proportional. Bei größeren Temperaturunterschieden zeigt sich die thermoelektromotorische Kraft von der absoluten Temperatur abhängig; die Metalle ändern ihre Stellung in der Reihe und kehren sie sogar um.

Die thermoelektrische Säule von Nobili (1831) besteht aus mehreren Wismut-Antimonstäbchen, welche sich nur an den Lötstellen berühren; alle Zwischenräume sind mit einer isolierenden Schichte ausgefüllt. Eine solche Säule in Verbindung mit einem empfindlichen Multiplikator (mit kurzem, dickem Drahte, Melloni 1841) liefert das empfindlichste Thermometer; denn schon die Annäherung der Hand an die eine Seite der Säule bringt einen Ausschlag hervor.

Führt man durch ein Thermoelement einen Strom in demselben Sinne, in welchem er durch die Erwärmung einer Lötstelle erregt werden würde, so findet eine Abkühlung dieser Lötstelle statt, welche der Stärke jenes Stromes proportional ist. (Peltier 1834). Eine ähnliche Erscheinung ist folgende: Erwärmt man ein Gas, so dehnt es sich aus; läßt man ein Gas sich ausdehnen, so kühlt es sich ab.

VI. Wellenlehre und Akustik.

1. Es ist die Formel für die Exkursion und Geschwindigkeit eines schwingenden Punktes abzuleiten.

Eine schwingende Bewegung ist genau bekannt, wenn wir für jede beliebige Zeit t die Exkursion und die Geschwindigkeit des beweglichen Punktes angeben können. Aus dem Zusammenhange einer schwingenden Bewegung mit einer gleichförmigen Kreisbewegung ist bekannt, daß das Bewegliche den Weg BM (Fig. 36) in derselben Zeit t zurücklegt, als den Weg $OM' = s$; nun ist $s = OM \sin\alpha = a \sin\alpha$ und $\alpha : 360 = \overset{\frown}{BM} : 2a\pi$; $\overset{\frown}{BM}$ und $2a\pi$ sind aber Wege, die mit einer konstanten Geschwindigkeit c in der Zeit t beziehungsweise in der Zeit τ (Umlaufszeit, mithin auch Schwingungszeit) zurückgelegt werden; mithin ist $\overset{\frown}{BM} = ct$ und $2a\pi = c\tau$. Aus $\alpha : 360 = t : \tau$ erhält man $\alpha = \frac{360}{\tau} t$; demnach ist

Fig. 36.

$$s = \sin\frac{t}{\tau}\, 360 \quad . \; . \; . \; 1).$$

Um auch für die Geschwindigkeit v eine mathematische Formel zu erhalten, berücksichtigen wir folgendes:

In den Wendepunkten A und A', wo die Exkursion gleich ist der ganzen Amplitüde a, ist die Geschwindigkeit des schwingenden Punktes Null; in O hingegen, wo die Elongation Null ist, hat die Geschwindigkeit ihren größten Wert. Da nun die Funktionen $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ die charakteristische Eigenschaft haben, daß, wenn die eine den größten Wert erreicht, die andere Null ist, so ist

$$v = i \cos \alpha = i \cos \frac{360}{\tau} t \quad . \; . \; . \; 2).$$

Spezielle Fälle. Für $t = 0$ ist $s = 0$ und $v = 0$ (weil noch keine Bewegung).

„ $t = \frac{\tau}{4}$ „ $s = a$ „ $v = 0$

„ $t = \frac{\tau}{2}$ „ $s = 0$ „ $v = -i$

„ $t = 3\frac{\tau}{4}$ ist $s = -a$ und $v = 0$

„ $t = \tau$ ist $s = 0$ und $v = i$, d. h. das Bewegliche be-

findet sich in Zeiten, die um eine halbe Schwingungsdauer voneinander abstehen, gleich weit von der Ruhelage, aber auf entgegengesetzten Seiten; auch besitzt es dieselbe Geschwindigkeit, aber entgegengesetzte Bewegungsrichtungen.

Fig. 37.

Teilen wir zur bildlichen Darstellung der Schwingungen eines Punktes den Kreis (Fig. 37) z. B. in 16 gleiche Teile und projizieren die Teilpunkte auf den horizontalen Durchmesser, so sind diese Projektionen die Lagen des schwingenden Punktes nach gleichen Zeitabschnitten. Trägt man diese Längen in gleichen Abständen voneinander als horizontale Linien *Oa, Ob, Oc*... und verbindet die Endpunkte derselben durch eine stetig gekrümmte Linie, so erhält man alle im Laufe der Zeit nacheinander folgenden Elongationen des schwingenden Punktes in der Figur untereinander dargestellt.

2. Was versteht man unter einer Wellenbewegung und was kommt dabei in Betracht?

Ist ein schwingender Punkt nicht isoliert gedacht, sondern ein Glied einer ganzen Reihe von Punkten, die durch Kohäsionskräfte in einer bestimmten Gleichgewichtslage erhalten werden, so werden durch die Vibrationen des ersten Punktes auch die übrigen aus der Ruhelage gebracht. Die Fortpflanzung einer schwingenden Bewegung von Teilchen zu Teilchen, wobei jedes in der Fortpflanzungsrichtung folgende Teilchen seine Schwingung später beginnt als das vorhergehende, wird eine Wellenbewegung genannt.

Bei einer Wellenbewegung haben wir stets zu unterscheiden zwischen den Bewegungen der einzelnen Teilchen selbst, die periodisch ($s = a \sin \frac{t}{\tau} 360$) innerhalb sehr enger Grenzen hin- und hergehen, und zwischen der Ausbreitung der Erschütterung, welche stets vorwärts schreitet, indem immer neue Teilchen in den Bereich der Erschütterung gezogen werden.

Der Weg, welchen die schwingende Bewegung während der Schwingungszeit τ des ursprünglich vibrierenden Teilchens zurücklegt, heißt Wellenlänge λ; sie besteht aus einem Wellenberg und einem Wellental. Ist n die Anzahl der Schwingungen des Erregers der Wellenbewegung in der Zeiteinheit, so bilden sich in derselben Zeit n Wellen von der Länge λ, d. h. es erstreckt sich innerhalb der

Zeiteinheit unter der Voraussetzung, daß das Fortpflanzungsmittel isotrop ist, die Bewegung auf eine Entfernung $n\lambda$, welche wir mit Fortpflanzungsgeschwindigkeit $= c$ bezeichnen; es ist also $c = n\lambda$ und $\lambda = c\tau$.

Geschehen die Schwingungen des ersten Punktes der Punktreihe und somit auch die aller übrigen in der Richtung derselben, so nennen wir sie longitudinal und es wird durch sie die Gestalt der (beispielsweise horizontalen) Punktreihe nicht verändert, wohl aber ihre Dichte; erfolgen die Schwingungen der Punkte senkrecht gegen die Punktreihe (Seilwellen), so heißen sie transversal. Bei den Transversalschwingungen tritt eine Gestaltsänderung der Punktreihe ein.

Verbindet man die Stellen, in welchen sich bei transversalen Schwingungen die einzelnen Punkte gleichzeitig befinden, so erhält man die durch die Bewegung hervorgerufene Gestaltsveränderung der Reihe, die man Wellenlinie oder Sinuslinie nennt. (Fig. 37.)

Den mathematischen Ausdruck für eine Wellenbewegung findet man auf folgende Art: Ist der erste Punkt der Punktreihe durch die Zeit t in Bewegung, so hat er die Exkursion $s = a \sin \frac{t}{\tau} 360$; ein in dem Abstande x befindlicher Punkt gerät in die schwingende Bewegung um diejenige Zeit später, welche verfließt, bis sich die Störung des Gleichgewichts durch die Strecke x mit der konstanten Geschwindigkeit c fortpflanzt, d. i. um die Zeit: $\frac{x}{c}$ später. Der im Abstande x befindliche Punkt ist somit zur t nur durch die Zeit $\left(t - \frac{x}{c}\right)$ in Bewegung; dieser Zeit entspricht die Elongation:

$$s = a \sin 360 \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Dieser Ausdruck für die Wellenbewegung umfaßt eine doppelte Periodizität; er bleibt sich gleich für dieselbe Stelle (dasselbe x), wenn t um τ, 2τ, $3\tau \ldots n\tau$ wächst, und bleibt auch gleich zu derselben Zeit für Punkte in verschiedenen Entfernungen, die um λ, 2λ, $3\lambda \ldots n\lambda$ voneinander abstehen.

3. Welche Interferenz der Wellen ist besonders wichtig?

Zwei in einiger Entfernung voneinander in ruhiges Wasser geworfene Steine erzeugen zwei Wellensysteme, welche sich durchkreuzen. An den Stellen, wo zwei Wellenberge zusammentreffen, steigt das Wasser zur doppelten Höhe, wenn die Wellensysteme gleich sind, und senkt sich zur doppelten Tiefe an denjenigen Stellen, an welchen zwei Wellentäler sich durchkreuzen. Dagegen wird das

Wasser an denjenigen Stellen in Ruhe verbleiben, in welchen sich ein Wellenberg und ein Wellental begegnen. Es erleidet also jedes Wasserteilchen bei diesem Zusammenwirken oder bei der Interferenz der Wellensysteme eine Verschiebung, welche gleich ist der algebraischen Summe der ihm von den zusammenwirkenden Systemen erteilten Verschiebungen. Dieses Prinzip der Übereinanderlagerung oder Superposition der Schwingungen sagt, daß jedes Wellensystem sich so ausbildet, als ob die anderen nicht vorhanden wären; jedes behauptet sein eigenes Dasein. Auf den Wogen eines Flusses breiten sich die zarten Wellenringe der Regentropfen ebenso aus wie am ruhigen Wasser.

Besonders wichtig ist die Interferenz zweier Wellenzüge, welche von gleicher Wellenlänge, gleicher Schwingungsrichtung, aber entgegengesetzter Fortpflanzungsrichtung sind und von zwei Punkten aus gegeneinander fortschreiten, deren Distanz ein Vielfaches einer halben Wellenlänge ist. Das Ergebnis einer derartigen Interferenz ist, daß gewisse Punkte, „Knotenpunkte", immer in Ruhe bleiben, daß dagegen jene Punkte, welche zwischen zwei Knoten in der Mitte liegen, in lebhaftester Bewegung sich befinden; diese Punkte nennt man Schwingungsbäuche. Der sich ergebende Wellenzug wird als stehende Wellenbewegung bezeichnet, weil ihm die Eigentümlichkeit der scheinbaren Vorwärtsbewegung in der Richtung der Fortpflanzung mangelt. Das Charakteristische dieser stehenden Wellenbewegung liegt darin, daß bei derselben alle Punkte gleichzeitig die Ruhelage passieren und auch gleichzeitig ihren größten Abstand von derselben erreichen; sie führen dabei Schwingungen von verschiedener Amplitüde aus, welche an den Bäuchen ein Maximum, an den Knoten ein Minimum (Null) ist. Der Abstand zweier Knotenpunkte ist gleich der halben Länge jener fortschreitenden Welle, welche zu derselben Schwingungsdauer gehört; er gibt uns die Länge der stehenden Welle an. In zwei nebeneinanderliegenden stehenden Wellen schwingen die Teilchen gleichzeitig nach entgegengesetzten Richtungen.

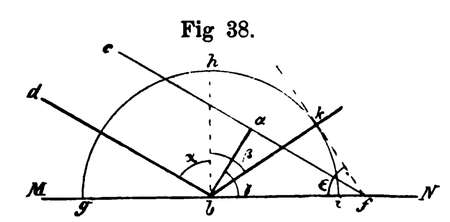
4. Es ist das Reflexionsgesetz nach dem Huygens'schen Prinzipe nachzuweisen.

Nach dem Huygens'schen Prinzipe (Huygens spr. Heuchens 1690) können wir alle auf einer Wellenfläche liegenden Teilchen, bis zu denen sich bereits die Bewegung vom vibrierenden Punkte fortgepflanzt hat, als Mittel- und Erregungspunkte neuer Wellen ansehen, die man

dann Elementarwellen nennt. Diejenige Wellenfläche, welche alle diese Elementarwellenflächen berührend einhüllt, ist dann dieselbe wie bei der Voraussetzung, daß die Fortpflanzung nur auf den vom Ausgangspunkte ausgehenden Radien erfolge.

Es sei *ab* (Fig 38) ein so kleiner Teil einer Welle, daß derselbe als geradlinig und die beiden Strahlen *ca* und *db* als parallel angesehen werden dürfen; dieser Teil der Welle lange unter dem Einfallswinkel $\sphericalangle \alpha$ auf der Oberfläche *MN* des neuen Mediums an. In derselben Zeit, in welcher die Welle von *a* gegen *f* fortschreitet, hat sich um *b* eine Elementarkugelwelle *ghi* gebildet, deren Radius $bi = af$ ist. (Die Geschwindigkeit ist in demselben Medium konstant.) In dieser Zeit ist aber die Bewegung allmählich auch in allen Punkten zwischen *b* und *f* angelangt und jeder dieser Punkte ist Mittelpunkt einer neuen Kugelwelle geworden; da aber die Bewegung in jedem folgenden Punkte etwas später anlangt, so müssen die Radien der von ihnen ausgehenden Elementarwellen stetig abnehmen, von *bi* bis Null, welch letztere nur gedachte Welle den Mittelpunkt *f* hat. Alle diese Wellen interferieren zu einer einzigen Welle, der Hauptwelle. Die Lage der letzteren ist schon aus zwei Elementarwellen zu finden: aus der Welle *ghi* und der Welle Null um *f*, indem man einfach von *f* an die Welle *ghi* die Tangente zieht. *fk* ist die durch Reflexion entstehende neue Welle und *bk* ein Strahl derselben. Der Reflexionswinkel dieser Welle ist $\varepsilon = \beta$.

Fig 38.



In den Dreiecken *baf* und *bkf* ist $bf = bf$, $af = bk$ und $\sphericalangle a = k = 90^0$, folglich $\triangle baf \cong bkf$ und $\sphericalangle \gamma = \varepsilon$, d. i. $\sphericalangle \alpha = \beta$, d. h. der Winkel, welchen der reflektierte Strahl mit dem Einfallslote bildet, ist ebenso groß wie der Winkel zwischen dem einfallenden Strahle und dem Einfallslote. Außerdem ist der reflektierte Strahl in derselben Ebene wie der einfallende Strahl und das Einfallslot.

Aus diesen zwei Sätzen besteht das Reflexionsgesetz.

5. Es ist das Brechungsgesetz einer Wellenbewegung abzuleiten.

Unter der Brechung der Wellen versteht man die Veränderung, welche die Richtung einer Welle erfährt, wenn sie aus einem Medium in ein

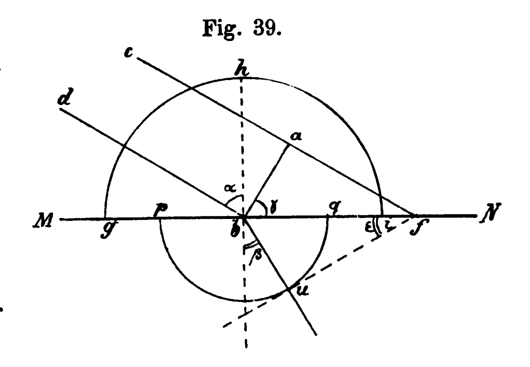
anderes mit einer andern Fortpflanzungsgeschwindigkeit übergeht. Man nennt den auf der neuen Welle senkrechten Strahl den gebrochenen Strahl. Der Winkel, welchen der gebrochene Strahl mit dem Einfallslote bildet, wird Brechungswinkel genannt. Das Brechungsgesetz besteht aus folgenden zwei Sätzen:

1. Der gebrochene Strahl liegt in der durch den einfallenden Strahl und das Einfallslot bestimmten Ebene.

2. Das Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels ist konstant, nämlich gleich dem Verhältnisse der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung im ersten Medium zu der im zweiten Medium; dieses Verhältnis $v:v'$ wird der Brechungsexponent ($=n$) genannt; es ist also $\sin\alpha:\sin\beta = v:v' = n$.

Beweis. Ist ab (Fig. 39) die Lage der ankommenden ebenen Welle, so wird nach dem Huygens'schen Prinzip der Punkt b zum Mittelpunkte einer neuen Welle, welche sich jenseits der Grenze MN der beiden Medien im neuen Mittel ausbreitet, aber mit kleinerer (oder größerer) Geschwindigkeit (v') als im ersten (v). Während daher die Elementarwelle von a bis f fortschreitet, ist die neue

Fig. 39.



Welle bis zur Peripherie eines Kreises (Kugel) gelangt, dessen Radius bu ist, wobei die Relation $af:bu = v:v'$ stattfindet. Ebenso bilden sich in dem neuen Mittel um alle Teilchen zwischen b und f neue, aber immer kleiner werdende Elementarwellen. Die Elementarwelle um f ist gleich Null. Durch die Interferenz aller dieser Elementarwellen entsteht eine einzige fortschreitende Welle, die alle Elementarwellen tangiert; die Richtung dieser Hauptwelle wird erhalten, wenn man von f an den Kreis puq die Tangente fu zieht; fu ist die gebrochene Welle, bu der gebrochene Strahl. $\sphericalangle\,\varepsilon = \beta$ ist der Brechungswinkel.

Ersetzt man in der Proportion: $af:bu = v:v'$ af durch $bf.\sin\gamma$, bu durch $bf.\sin\varepsilon$, so erhält man: $\sin\gamma:\sin\varepsilon = v:v'$ oder $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v}{v'} = n$.

Anmerkung. Gebrochen werden Schall-, Licht-, Wärme- und elektrische Strahlen.

6. Wie bestimmt man die Schwingungszahl eines tönenden Körpers?

Jeder Schallempfindung liegt als äußere Ursache eine Erschütterung der Luft zugrunde. Eine einmalige sehr heftige Erschütterung der Luft erzeugt einen Knall. Viele, ungleichartig und unregelmäßig aufeinander folgende Schallschwingungen erzeugen ein Geräusch; gleichartige Schwingungen, die mit einer gewissen Regelmäßigkeit und mit einer bestimmten Geschwindigkeit aufeinander folgen, empfinden wir als Klang. Ein durch einfache (pendelartige) Schwingungen erzeugter Klang heißt ein Ton. Ein Ton ist um so höher, je größer seine Schwingungszahl (in einer Sekunde) ist.

Zur Bestimmung der Anzahl der Schwingungen eines tönenden Körpers bedient man sich der Sirene von Cagniard Latour.

Diese besteht aus einer zylindrischen Trommel mit vertikaler Achse, in welche unten eine kurze Röhre mündet, mit welcher die Sirene auf einen Windkasten gesetzt wird. Der Deckel der Trommel hat eine bestimmte Anzahl Löcher, welche in einem Kreise liegen. Dicht über dem Deckel befindet sich eine Platte, welche eine gleiche Anzahl Löcher hat. Die Löcher im Deckel und in der Scheibe sind nach entgegengesetzter Richtung schief eingebohrt. Wird in die Trommel Luft eingeblasen, so stößt sie, wenn die Löcher übereinander stehen, auf die Wände der oberen Scheibe, erzeugt eine Drehung derselben und verdichtet die angrenzende Luft. Da der Verdichtung sofort eine Verdünnung folgt, indem im nächsten Augenblicke die Löcher des Deckels durch die Platte verdeckt werden, so entsteht dadurch ein Ton. Je mehr man den Luftdruck in der Trommel wachsen läßt, desto größer ist die Geschwindigkeit der Scheibe, desto öfter wird die Luft abwechselnd verdichtet und verdünnt, desto höher ist der Ton. Durch Regulierung des Luftdruckes läßt sich also der zu bestimmende Ton erzeugen.

Um die Anzahl der Umläufe zu beobachten, welche die Sirene in einer bestimmt abgemessenen Zeit vollführt, ist an der vertikalen Umdrehungsachse derselben eine Schraube angebracht, welche ein in dieselbe eingreifendes gezahntes Rad des sogenannten Zählwerkes bei jeder Achsenumdrehung um einen Zahn weiter bewegt. Mit diesem 100zahnigen Rade steht wieder ein anderes in Verbindung, welches bei jeder Umdrehung des ersten Rades um einen Zahn weiter rückt. Durch Zeiger, welche auf diesen Rädern angebracht sind, kann man demnach die Anzahl der Umläufe in einer bestimmten Anzahl von Sekunden in jedem Momente — das Uhrwerk läßt sich durch einen einfachen Druck auf einen Knopf außer Verbindung mit der Sirene setzen — ablesen und durch Division finden, durch wie viele Schwingungen in einer Sekunde ein Ton von beliebiger Höhe entsteht.

Ein anderes Mittel, die Schwingungszahl eines tönenden Körpers zu bestimmen, ist der Vibrograph. Darunter versteht man eine solche Vorrichtung, welche die Anzahl der Schwingungen

in Form einer Zickzacklinie auf einer berußten Fläche verzeichnet. Stimmgabel mit Borste.

Eine dritte Methode zur Bestimmung der Schwingungszahl eines bestimmten Tones besteht darin, daß man eine Saite des Polychordes (von der Länge L) mit einer Stimmgabel von n Schwingungen unisono stimmt und hierauf diese Saite mittels Steges so lange verkürzt, bis sie, auf die Länge l gebracht, den gegebenen Ton gibt; es ist $L:l = x:n$, also $x = \frac{L}{l} n$ die gesuchte Schwingungszahl.

Wie ändert sich der Versuch, wenn der zu untersuchende Ton tiefer ist, als der der Stimmgabel?

Anmerkung. Nicht jede beliebige Schwingungszahl wird von dem menschlichen Ohr als Ton empfunden. Die Versuche von Preyer 1876 ergaben, daß 8—14 Schwingungen wohl gesehen und als Luftstöße gespürt, aber nicht gehört werden, daß aber 24 Schwingungen von jedem normalen Gehörorgan als tiefer Ton empfunden werden. Wie die untere, so ist auch die obere Grenze der hörbaren Töne (35.000 Schwingungen) nicht für alle Menschen dieselbe; sie scheint außerdem bei jedem Menschen im höheren Alter herabzurücken.

Die musikalisch brauchbaren Töne liegen zwischen 40 und 5000 Schwingungen. Der höchste Ton der Pikkoloflöte entsteht durch 4752 Schwingungen. Der tiefste Ton am Klavier ist a_{-3} mit 27 Schwingungen.

Als Grundlage für die Stimmung der musikalischen Instrumente wird $\bar{a}$ mit 435 Schwingungen angenommen. Bei der sogenannten physikalischen Stimmung wird $\bar{c} = 256$ Schwingungen gesetzt.

7. Wie bestimmt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in festen, flüssigen und luftförmigen Körpern?

Der Schall erfordert zu seiner Ausbreitung Stoff und Zeit.

a) Die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft bestimmt man direkt am besten dadurch, daß man beobachtet, welche Zeit zwischen der Wahrnehmung des Blitzes und des Knalles einer in bekannter Entfernung vom Beobachter abgefeuerten Kanone verstreicht. Aus der gemessenen Entfernung s und der beobachteten Zeit t findet man für die Schallgeschwindigkeit: $c = \frac{s}{t}$.

Auf diese Weise fand man als mittlere Geschwindigkeit des Schalles in trockener Luft von 0^0 $c = 331{\cdot}57\,m$; sie ist um so größer, je höher die Temperatur der Luft, und um so kleiner, je mehr gasförmiges Wasser derselben beigemischt ist, aber unabhängig von der Dichte der Luft.

Bezeichnet man mit C die Schallgeschwindigkeit in der Luft von t^0, so ist $C = c\sqrt{1 + \alpha t}$, wo $\alpha = 0{\cdot}00366$ den Ausdehnungskoëffizienten der Luft bedeutet.

Für eine mittlere Temperatur von 11^0 ist $C = 338\,m$.

In vertikaler Richtung pflanzt sich der Schall mit gleicher Geschwindigkeit fort wie in horizontaler, in engen Röhren etwas langsamer als im freien Raume.

Anmerkung. Aus der Schallgeschwindigkeit c in der Luft und der Schwingungszahl n eines Tones kann man die Länge der fortschreitenden Luftwelle bestimmen, durch welche der Schall fortgepflanzt wird.

Aus $n\lambda = c$ folgt $\lambda = \frac{c}{n}$.

b) Um die Geschwindigkeit des Schalles im Wasser direkt zu bestimmen, hängt man im Wasser eines ruhigen Sees eine Glocke auf, läßt auf sie einen Hammer fallen und gibt in demselben Momente über dem Wasser ein Feuersignal. In einer größeren bekannten Entfernung von dieser Stelle wird in das Wasser ein nach unten sich erweiterndes Rohr getaucht, welches unten durch eine Membrane verschlossen ist und nur oben eine kleine Öffnung hat, an welche man das Ohr legt. Die Zeit zwischen dem Feuersignale und dem Schalle wird beobachtet und aus $\frac{s}{t}$ die Geschwindigkeit des Schalles im Wasser bestimmt; sie ist $= 1435\,m$ (Sturm und Colladon am Genfer See 1827).

c) Zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in festen Körpern werden die longitudinalen Schwingungen der Stäbe benutzt

Ein in der Mitte festgeklemmter, der Länge nach geriebener Stab schwingt so, daß sich in seiner Mitte ein Knotenpunkt, an den freien Enden ein Schwingungsbauch bildet. Die Länge des Stabes stellt also eine halbe Wellenlänge vor; $l = \frac{\lambda}{2}$; nun ist $n\lambda = c$, folglich $l = \frac{c}{2n}$ und $c = 2nl$; es muß also n, d. i. die Höhe des Longitudinaltones bekannt sein.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Eisen ist $7^3/_4$mal, im Glas $16^2/_3$mal, im Tannenholz 18mal so groß als in der Luft.

Aus der Tatsache, daß alle Körper den Schall fortpflanzen, folgt, daß alle Körper zusammendrückbar und ausdehnbar sind.

Ein 1·25 *m* langer Stab aus Weidenholz gibt, in der Mitte gehalten und dann gerieben, einen Ton mit 2048 Schwingungen; wie groß ist danach die Schallgeschwindigkeit in diesem Holze?

8. Die Musiker sprechen von einer diatonischen, chromatischen und gleichschwebenden Tonleiter; was versteht man darunter?

In der Musik kommt es weniger auf die absolute Höhe der Töne (d. i. auf die wirkliche Anzahl der Schwingungen der Tonerreger in der Sekunde), als auf ihr Verhältnis zu einander an. Vergleicht man zwei Töne bezüglich ihrer Schwingungszahlen miteinander, indem man letztere ins Verhältnis setzt, so erhält man die relative Tonhöhe. Jener Ton, dessen Schwingungszahl durch die Zahl 1 ausgedrückt wird, heißt Grundton. Stehen die Schwingungszahlen zweier Töne im Verhältnisse 1 : 2, so heißt der letztere die Oktav des ersten, weil sich zwischen beide noch 6 andere Töne einschalten lassen, welche in ihrer Aufeinanderfolge auf unser Gehör einen angenehmen Eindruck hervorbringen.

Den Inbegriff der 8 Töne, deren Schwingungszahlen (nach den Versuchen mit der Scheibensirene) im Verhältnisse 24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48, oder $1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}, 2$ stehen, nennt man die diatonische Tonleiter. Heißt der Grundton *C*, so heißen die folgenden Töne dieser diatonischen Tonleiter: *D*, *E*, *F*, *G*, *A*, *H*, *c*.

Bildet man das Verhältnis je zweier Töne, und zwar des höheren zum tieferen, so erhält man Zahlen, welche man Intervalle nennt. Die Intervalle zwischen den aufeinander folgenden Tönen sind:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} C & & D & & E & & F & & G & & A & & H & & c \\ & \frac{9}{8} & & \frac{10}{9} & & \frac{16}{15} & & \frac{9}{8} & & \frac{10}{9} & & \frac{9}{8} & & \frac{16}{15} & \end{array}$$

Wenn das Intervall zweier Töne $\frac{9}{8}\left(\frac{10}{9}\right)$ beträgt, so sagt man, der zweite Ton sei um einen großen (kleinen) ganzen Ton höher als der erste. Das Intervall $\frac{16}{15}$ zwischen Terz und Quart und zwischen Septim und Oktav wird ein großer halber Ton genannt.

Nimmt man einen andern Ton als *C* zum Grundton, so haben die aufeinander folgenden Töne nicht das zur diatonischen Tonleiter erforderliche Höhenverhältnis. (Ein Zahlenbeispiel zeigt dies genau.) Um dies zu erreichen, müssen zwischen jene Töne noch 5 halbe Töne eingeschaltet werden. Entsteht ein halber Ton durch Erhöhung des vorhergehenden um das Intervall $\frac{16}{15}$, so bezeichnet man ihn durch die Nachsilbe *is* und durch das Zeichen ♯; solche halbe Töne sind: *cis*, *dis*, *fis*, *gis*, *ais*. Die aus den 12 Tönen: *C*, *Cis*, *D*, *Dis*, *E*, *F*, *Fis*, *G*, *Gis*, *A*, *Ais*, *H* bestehende Tonleiter heißt die chromatische.

Die diatonische Tonleiter mit den angeführten Intervallen wird auch die Dur-Tonleiter genannt; wird jedoch statt der Terz $\frac{5}{4}$ die sogenannte kleine Terz $\frac{6}{5}$ und statt der Sext die kleine Sext $\frac{8}{5}$ gespielt, so klingt die Tonleiter mehr trüb und düster und heißt Moll-Tonleiter.

Will man wieder über jedem der 7 Töne einer Oktav die Moll-Tonart aufbauen, so muß man wieder Töne einschalten, die etwas tiefer sind, als in der Grundskala *C*. Entsteht ein halber Ton durch Erniedrigung des folgenden um $\frac{16}{15}$, so wird er durch die Nachsilbe *es* und durch das Zeichen ♭ erkennbar gemacht; solche Halbtöne sind: *des, es, ges, as, b* (statt *hes*). Das Intervall der großen und der kleinen Terz $\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$ heißt ein kleiner halber Ton.

Das Intervall zwischen einem großen und einem kleinen ganzen Ton, nämlich $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$ wird ein musikalisches Komma genannt.

Töne, welche sich bloß durch ein Komma oder noch weniger unterscheiden, werden bei Tastinstrumenten als gleich angenommen. Danach ist

cis = des, dis = es, fis = ges, gis = as, ais = h.

Da selbst in der chromatischen Tonleiter nicht alle Intervalle einander gleich sind, so ist es — streng mathematisch genommen — nicht möglich, von jedem beliebigen Ton als Grundton aus in gleicher Weise aufzusteigen. Bei allen musikalischen Instrumenten mit fester Stimmung (Piano) macht man alle Intervalle gleich, nämlich $\sqrt[12]{2} = 1{\cdot}059$; eine solche Tonleiter heißt die gleichschwebende.

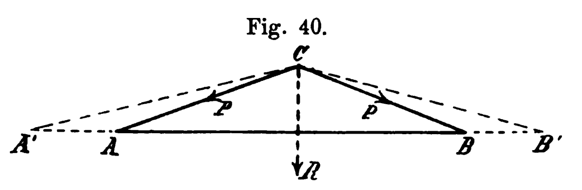
9. Wovon ist die Tonhöhe einer transversal schwingenden Saite abhängig?

Wird eine Darm- oder Metallsaite an beiden Enden befestigt, hinreichend gespannt, nachher durch einen Zug mit dem Finger,

durch Anschlagen mit einem Hammer oder durch Streichen mit dem Bogen aus ihrer Ruhelage gebracht, also ausgedehnt, dann aber sich selbst überlassen, so zieht sie sich infolge ihrer durch die Spannung erlangten Elastizität wieder zusammen, kehrt durch eine Reihe regelmäßig aufeinander folgender stehender Transversalschwingungen von allmählich abnehmender Schwingungsweite in die Ruhelage zurück und erzeugt einen Ton, dessen Höhe α) von der Länge, β) von der Spannung und γ) von dem Gewichte der Längeneinheit der Saite abhängig ist. Um zwischen diesen Größen den bestehenden Zusammenhang zu finden, betrachten wir die Schwingungen des mittleren Punktes, der die größten Exkursionen hat, wenn die Saite von der Länge l, von der Spannung p und von dem Gewichte der Längeneinheit q als Ganzes schwingt.

α) Je länger die Saite AB (Fig. 40) ist, einen desto größeren Winkel bilden die Spannungen p, welche das Teilchen C gegen die Befestigungspunkte ziehen, desto kleiner ist ihre Resultierende R, welche das Teilchen C gegen die Ruhelage zurückzuführen sucht, und desto kleiner die Schwingungszahl.

Fig. 40.



Versuche zeigen: Die Schwingungszahl ist der Länge der Saite umgekehrt proportional.

β) Je größer die Spannung p ist, desto größer ist bei gleicher Länge und gleicher Amplitüde die Resultierende R, mithin auch desto größer die Schwingungszahl.

Versuche zeigen: Die Schwingungszahl ist der Quadratwurzel aus der Spannung direkt proportional.

γ) Je schwerer das Gewicht der Längeneinheit der Saite ist, desto schwerer ist das Teilchen C, desto langsamer die Bewegung, mithin desto kleiner die Schwingungszahl.

Versuche zeigen: Die Schwingungszahl ist der Quadratwurzel aus dem Gewichte der Längeneinheit umgekehrt proportional.

Fassen wir nun alles zusammen, so erhalten wir die Gleichung:

$$n = k\frac{\sqrt{p}}{l\sqrt{q}}. \quad \text{oder, da } q = r^2\pi . s \text{ ist, } n = \frac{k}{ld}\sqrt{\frac{p}{\pi s}}.$$

worin k den Proportionalitätsfaktor, d die Dicke der Saite und s das spezifische Gewicht des Saitenmaterials bedeutet.

Darmsaiten geben unter sonst gleichen Umständen einen höheren Ton als Stahlsaiten.

Eine Saite kann nicht bloß als Ganzes, sondern auch in aliquoten Teilen schwingen. Da aber bei gleicher Spannung die halbe Saite die höhere Oktav, der dritte Teil die Duodezim, der vierte die zweite höhere Oktav u. s. f. des Grundtones der ganzen Saite hervorbringt, so folgt daraus, daß die Töne einer Saite nicht einfache Töne sind, sondern Klänge, die aus einem stärkeren Grundtone und mehreren harmonischen Obertönen zusammengesetzt sind.

Lange Saiten können, vom Wind bewegt, mit Grund- und Obertönen erklingen (Äolsharfe).

Wie verhalten sich die Tonhöhen zweier Saiten, wenn $l = 4\ dm$, $p = 36\ kg$ und $l' = \frac{10}{3}\ dm$, $p' = 25\ kg$ ist?

Eine Saite soll bei derselben Spannung die 8 Töne der *C*-dur-Tonleiter geben; welche Länge muß sie für jeden Ton haben?

Wird eine Saite um 3 *cm* verlängert, so gibt sie den Ton $a = 440$ Schw.; verkürzt man sie um ebensoviel, so gibt sie die Quint zu *a*; wie lang war die Saite und welchen Ton gab sie? Welche Intervalle bestehen zwischen ihrem Grundtone und den Tönen der verlängerten und verkürzten Saite?

10. In welchem Verhältnisse stehen die Töne zueinander, welche eine und dieselbe Pfeife geben kann?

Eine Pfeife nennt man jede gerade oder gekrümmte Röhre, in welcher die eingeschlossene Luft dadurch in Schwingungen versetzt wird, daß ein Luftstrom sich an einer vorstehenden Kante, „Lippe“, bricht, oder daß ein dünnes elastisches Stäbchen, „Zunge“, seine Schwingungen der Luftsäule mitteilt. Der an der Lippe sich brechende Luftstrom verdichtet die Luft der Röhre; diese Verdichtung zwingt den nachfolgenden Luftstrom ganz außerhalb der Röhre zu bleiben und nur an der Röhrenluft vorbeizustreichen; dadurch entsteht eine Verdünnung. Verdichtung und Verdünnung bilden eine Welle, die gegen das zweite Ende fortschreitet, dort reflektiert wird und mit einer neu einfallenden Welle zu einer stehenden Longitudinalwelle interferiert.

Stellen, an denen sich die Luft in der lebhaftesten Bewegung befindet, werden Schwingungsbäuche genannt. Schwingungsknoten sind diejenigen Stellen, an denen die Luft keine Schwingungen macht, sondern nur durch Zuströmen von und Abströmen nach beiden Seiten abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen erleidet.

a) In einer gedeckten Pfeife bildet sich am geschlossenen Ende ein Schwingungsknoten, an dem Munde ein Schwingungsbauch; die

Wellenlänge des Grundtones einer solchen Pfeife ist also 4 mal so groß als die Länge der Röhre, d. i. $l = \frac{\lambda_1}{4}$ und, da $n_1 \lambda_1 = c$ ist, $4l = \frac{c}{n_1}$.

Durch stärkeres Anblasen kann man die Luft so in Schwingungen versetzen, daß sich in der Röhre 1 oder 2 Knoten bilden; für diese Fälle ist $4l = \frac{3c}{n_2} = \frac{5c}{n_3}$.

Es ist also: $n_1 : n_2 : n_3 = 1 : 3 : 5$, d. h. eine gedeckte Pfeife gibt je nach der Art des Anblasens eine Reihe von Tönen, deren Höhen bezüglich des Grundtones durch die ungeraden Zahlen ausgedrückt sind.

b) Auch in einer beiderseits offenen Pfeife kann die Luft in stehende Wellenbewegung versetzt werden; denn auch am offenen Ende der Röhre findet eine Art Reflexion der durch das andere Ende eintretenden Welle statt, da die äußere Luft, deren Teilchen nach allen Seiten hin frei beweglich sind, als ein dünneres Mittel angesehen werden kann als die eingeschlossene Luft, deren Beweglichkeit auf die Längsrichtung der Röhre beschränkt ist. Da diese Reflexion am dünneren Mittel erfolgt, so sind hier die Schwingungen der einfallenden und der reflektierten Welle stets gleich gerichtet und verstärken sich zu lebhafterer Bewegung.

In einer offenen Pfeife befinden sich also an beiden Enden Schwingungsbäuche; der Grundton entspricht der einfachsten Schwingungsart mit nur einem Schwingungsknoten in der Mitte; es ist $l = \frac{\lambda_1}{2}$ oder $2l = \frac{c}{n_1}$.

Durch Überblasen erhält man Schwingungen mit 2 oder 3 Knoten. Für diese Fälle ist $2l = \frac{2c}{n_2} = \frac{3c}{n_3}$.

Den Schwingungszustand an den einzelnen Stellen einer Pfeife kann man durch manometrische Flammen sichtbar machen.

Die Proportion $n_1 : n_2 : n_3 = 1 : 2 : 3$ sagt: eine offene Pfeife gibt je nach der Art des Anblasens eine Reihe von Tönen, deren Höhen bezüglich des Grundtones durch die aufeinander folgenden ganzen Zahlen ausgedrückt sind.

c) Haben eine gedeckte und eine offene Pfeife, welche jede für sich den tiefsten Ton geben, gleiche Längen, so ist der Ton von

der offenen Pfeife die höhere Oktav des Tones von der gedeckten Pfeife; denn $l = \frac{\lambda_g}{4} = \frac{\lambda_0}{2}$, d. i. $\frac{1}{2n_g} = \frac{1}{n_0}$ oder $n_0 = 2n_g$.

Anmerkung. Die Tonhöhe einer Zungenpfeife ist von der Form und dem Material der Zunge, vom Grade der Dichtigkeit, mit welcher sie schließt, sowie von der Länge der schwingenden Luftsäule abhängig.

Zu den Zungenpfeifen gehören die musikalischen Blasinstrumente: die Klarinette, die Oboe, das Fagott; ferner die Trompete und Posaune; bei letzteren wird die Zunge durch die vibrierenden Lippen des Blasenden vertreten.

11. Wodurch können sich zwei Töne unterscheiden?

Zwei Töne können sich *a*) durch die Tonhöhe, *b*) durch die Tonstärke und *c*) durch die Klangfarbe unterscheiden.

a) Die absolute Tonhöhe wird durch die Schwingungszahl ausgedrückt. Ein Ton ist desto höher, je mehr Schwingungen der schwingende Körper in der Sekunde macht.

Bewegen sich Ohr und Schallquelle gegeneinander, so erscheint der gehörte Ton höher, entfernen sie sich voneinander, so erscheint er tiefer (Doppler 1845).

b) Die Stärke eines Tones (eines Schalles überhaupt) ist bei gleicher Entfernung von dem tönenden (schallenden) Körper abhängig von der Stärke des Stoßes, welchen die bewegten Luftteilchen auf das Gehörorgan ausüben; die Stärke des Stoßes wird aber durch die lebendige Kraft der Schallmittelbewegung, d. i. durch $\frac{mv^2}{2}$ gemessen; da die Schwingungsintensität v zugleich mit der Amplitüde zu- oder abnimmt, so ist die Stärke des Schalles desto größer, je größer die Amplitüde der Schwingung ist, je mehr Teilchen des Schallerregers zugleich auf das Schallmittel einwirken und je dichter das Schallmittel selbst ist.

Einen im Tal fallenden Schuß hört man auf einem Berge besser, als umgekehrt einen auf dem Berge fallenden im Tal.

Bei gleichen Exkursionen des schallerregenden Körpers ist die Schallstärke noch überdies größer, je schneller die Stöße nacheinander folgen.

Dies ist der Grund, warum wir in die Ferne in höheren Tönen rufen, als in die Nähe.

In der Richtung, in welcher der Schall ursprünglich erregt wurde, ist der Schall kräftiger und deutlicher wahrzunehmen, als nach einer andern Richtung.

Die Schallstärke ist dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional, vorausgesetzt, daß die Schallwellen sich nach allen Seiten frei ausbreiten. Durch eine Röhre pflanzt sich der Schall auf weitere Entfernung fort, als in der freien Luft.

Durch Schalleiter von verschiedenem Aggregatzustande wird der Schall sehr geschwächt.

c) Unter Klangfarbe oder Qualität eines Tones versteht man jene Eigentümlichkeit, durch welche wir Töne derselben Höhe aber verschiedener Instrumente unterscheiden. Auf die Klangfarbe eines musikalischen Instrumentes haben außer der Form und dem Material der Tonerreger sowie die Art und Weise, wie die Klänge hervorgebracht werden, namentlich die sogenannten harmonischen Obertöne (deren relativen Höhen durch 1:2:3:4 ausgedrückt sind) bedeutenden Einfluß, welche den Verhältnissen gemäß in größerer (bei Saiten und Zungenpfeifen) oder in geringerer (bei Lippenpfeifen und bei der Stimmgabel) Anzahl mit dem vorwiegend durchklingenden Grundtone der angeschlagenen Saite oder der angeblasenen Pfeife gehört werden.

Die Klangfarbe ist also durch die Schwingungsform bedingt. Die Schwingungsform findet ihren Ausdruck in der Gestalt der Wellenlinie, welche man mittels des Vibrographen darstellen oder im rotierenden Spiegel sehen kann.

12. Wodurch unterscheidet sich das Mittönen von der Resonanz?

Geben zwei Stimmgabeln (oder Saiten) genau denselben Ton, so tönt die zweite mit, wenn man die erste anschlägt. Eine kaum hörbare Stimmgabel tönt stark, wenn man sie mit dem Stiele auf den Tisch oder auf einen sogenannten Resonanzkasten ansetzt. Hält man eine angeschlagene Stimmgabel über einen Glaszylinder, so wird, wenn derselbe die richtige Höhe hat, der Ton bedeutend verstärkt.

Die angeführten Beispiele der Übertragung der Schwingungen von einem Körper auf einen andern, d. i. der Absorption der Wellen, lassen sich in zwei Gruppen teilen: manche Körper nehmen nur einen oder wenige ganz bestimmte Töne an, schwingen aber längere Zeit fort und selbst dann noch, wenn der erregende Körper zu schwingen aufgehört hat (Stimmgabel, Saite, ein vor einem Klavier gesungener Ton tönt aus dem Klavier mit); andere dagegen, wie z. B. der Kasten des Monochordes, können fast jede Schwingung annehmen, kommen aber sofort zur Ruhe, wenn die erregende Ein-

wirkung aufhört. Die erste Gruppe von Erscheinungen bezeichnet man mit dem Namen Mittönen, die zweite mit dem Namen Resonanz.

Der Resonanz bedürfen besonders solche Körper, deren Schwingungen sich der Luft schwer mitteilen, also Stäbe mehr als Platten und Saiten noch mehr als Stäbe. Resonanzböden.

Luftsäulen nehmen hauptsächlich nur einen Ton an, verstummen aber sofort, wenn der Ton aufhört. Ist in einem Tongemische ein Ton noch so schwach und dadurch dem Ohre unmerkbar, so erklingt derselbe stark, wenn das Tongemisch auf eine für diesen Ton abgestimmte Luftsäule oder ein anderes Luftvolumen trifft, das direkt auf das Ohr wirken kann. Hierauf beruhen die Resonatoren von Helmholtz.

Durch Benutzung mehrerer Resonatoren läßt sich ein Klang in seine Partialtöne zerlegen.

Anmerkung. Es gibt auch eine elektrische Resonanz. Durch die Entladung einer Leydener Flasche wird eine gleiche, in einiger Entfernung stehende Flasche zur Selbstentladung angeregt.

13. Welche Erscheinungen beruhen auf der Reflexion des Schalles?

Auf der Reflexion des Schalles beruht: das Echo, der Nachhall und die Verstärkung des Schalles.

Wenn ein Schall an irgend einer Stelle erregt wird, so verbreitet er sich nach allen Richtungen in geraden Linien — Schallstrahlen — fort. Fällt ein Schallstrahl auf eine ebene Wand, so wird er nach der Lehre vom elastischen Stoße so zurückgeworfen, daß der Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel ist und daß die Richtung des einfallenden und reflektierten Strahles in einer durch das Einfallslot gelegten Ebene liegt.

Fig. 41.

Den bei A (Fig. 41) erregten Schall kann ein Beobachter im Punkte E zweimal hören: durch direkte Fortpflanzung in der Richtung AE und durch Reflexion in der Richtung ADE. Von der Größe der Differenz dieser zwei Wege hängt es nun ab, ob der reflektierte Schall ganz oder teilweise mit dem direkten zusammenfällt, oder ob er für sich wahrgenommen wird. Erfahrungsgemäß vermag das geübteste Ohr höchstens 9 Silben in der Sekunde zu unterscheiden.

Soll nun der Beobachter in E von einem in A ausgesprochenen Worte die letzte Silbe zweimal deutlich hören, so muß der reflektierte Schall um $\frac{1}{9}$ Sekunde später zum Ohre gelangen als der direkte, d. h. es muß der Weg ADE um $338 m : 9 = 37{\cdot}5 m$ größer sein als der Weg AE; in diesem Falle entsteht ein Wiederhall oder Echo.

Ist der Unterschied der zwei Wege kleiner als $37{\cdot}5 m$, dann kann der reflektierte Schall nicht für sich wahrgenommen werden, da er mit dem direkten teilweise zusammenfällt und den sogenannten Nachhall bildet. In Kirchen und großen Sälen macht sich der Nachhall oft störend bemerkbar; die Endsilben von gesprochenen Worten hört man undeutlich.

Ist aber der Unterschied dieser zwei Wege sehr klein — wie in jedem größeren Zimmer —, so fällt der reflektierte Schall mit dem direkten ganz zusammen; dadurch entsteht eine bloße Verstärkung des Schalles.

Wie weit muß eine ein Echo gebende Wand von dem Rufenden entfernt sein, damit ein dreisilbiges Wort 1 Sekunde nach dem Ausrufen gehört werde?

Viele Reflexionen können ein vielfaches Echo zur Folge haben.

Auf die Reflexion des Schalles gründet sich die Einrichtung des Schallrohres, des Sprachrohres, des Hörrohres und des Stethoskopes.

Letzteres ist ein kleines Rohr, oben mit einer Platte zum Anlegen des Ohres. Das Stethoskop wird hauptsächlich von Ärzten benutzt, um wahrzunehmen, ob die Lungen in allen ihren Teilen kräftig atmen, oder ob das Herz in richtiger Weise schlägt.

Wenn Schallstrahlen aus dem Brennpunkte eines parabolischen Spiegels ausgehen, so sind sie nach der Reflexion parallel zur Achse desselben; fallen sie dann auf einen zweiten parabolischen Spiegel parallel zur Achse desselben, so vereinigen sie sich im Brennpunkte dieses Spiegels. Beweis mit Hilfe der analytischen Geometrie.

14. Welche Erscheinungen beruhen auf der Interferenz des Schalles?

Unter Interferenz versteht man die wechselseitige Einwirkung zweier in einem Punkte zusammentreffender Wellen.

Wenn zwei Schallwellen von gleicher Wellenlänge und gleicher Richtung unser Ohr treffen, so kann entweder eine Verstärkung oder Schwächung des Tones eintreten, je nachdem die Wellen in gleichen oder entgegengesetzten Schwingungszuständen sich befinden.

Die größtmögliche Verstärkung des Tones entsteht, wenn die Tonerreger um eine gerade Anzahl halber Wellenlängen voneinander entfernt sind, weil dann Verdichtung mit Verdichtung und Verdünnung mit Verdünnung genau zusammenfällt.

Dagegen muß eine gänzliche Vernichtung des Tones erfolgen, wenn die Entfernung der beiden Tonquellen eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt. Doch ist hiebei vorausgesetzt, daß die Töne einfach seien; sind Obertöne mit denselben verbunden, so wird in dem letzten Falle der Klang nicht ganz verlöscht, der Grundton verschwindet, die Obertöne bleiben.

Eine vor dem Ohre oder einem Resonator gedrehte Stimmgabel zeigt während jeder Umdrehung vier Anschwellungen und vier Schwächungen ihres Tones, hervorgebracht durch die Interferenz der von beiden Zinken ausgehenden Wellen.

Erklingen zwei Töne, deren Schwingungszahlen nur wenig voneinander abweichen, gleichzeitig, so vernimmt man abwechselnde Anschwellungen und Senkungen der Tonstärke, welche man Schwebungen oder Stöße nennt.

Solche Schwebungen sind zu hören: bei zwei gleichstimmigen Stimmgabeln, von denen man die eine mit Wachs beschwert.

Die Anzahl der Schwebungen ist gleich der Differenz der Schwingungszahlen der beiden Töne.

Beweis. Macht die eine Stimmgabel in einer Sekunde N Schwingungen, die andere $N+x$ Schwingungen und befinden sich in irgend einem Augenblicke ihre Bewegungen derart in Übereinstimmung, daß beide gleichzeitig eine Verdichtungswelle ins Ohr senden, so empfängt dieses einen verstärkten Eindruck; dasselbe wiederholt sich nach je $\frac{1}{x}$ Sekunde, da in dieser Zeit die erste Gabel $\frac{N}{x}$, die zweite $\frac{N+x}{x} = \frac{N}{x} + 1$ also um 1 Schwingung mehr vollendet. Man hört also in $\frac{x}{x} = 1$ Sekunde x Schwebungen, d. i. der Unterschied der beiden Schwingungszahlen.

Mit Hilfe der Schwebungen kann man sehr leicht, auch ohne geübtes Gehör, zwei Saiten oder Pfeifen vollkommen gleich stimmen (Lissajous 1857).

Erfolgen mehr als 30 Stöße in der Sekunde, so kann man sie nicht mehr gut einzeln wahrnehmen; sie bringen eine für das Ohr unangenehme Rauhigkeit in den Zusammenklang, welche die Hauptursache der Dissonanz ist.

Beim Zusammenklingen zweier kräftiger Töne, deren Tonhöhen

nicht so nahe beisammen liegen, daß Stöße unterschieden werden könnten, hört man einen dritten, tieferen Ton, dessen Schwingungszahl gleich dem Unterschiede (Sorge 1744) der Schwingungszahlen, und einen vierten, weit schwächeren, dessen Schwingungszahl gleich der Summe (Helmholtz 1856) der Schwingungszahlen jener beiden Töne ist. Diese Töne (der Differenzton und der Summationston) nennt man Kombinationstöne.

Die vom Erregungspunkte mehrerer Töne sich ausbreitenden Wellen setzen sich durch Interferenz zu einer einzigen kombinierten Bewegung zusammen. Wenn demnach das Ohr von einer solchen zusammengesetzten Wellenbewegung affiziert wird, sollte man erwarten, daß dieses auch nur einen einzigen Ton wahrnehme. Dem ist nicht so; sonst würden wir nicht im stande sein, aus einem Gesange oder einem Konzerte die einzelnen Töne zu unterscheiden.

Das menschliche Ohr besitzt nämlich die Eigentümlichkeit, nur eine einfache Schwingung von der Form $s = a \sin \frac{t}{\tau} 360$ als einen einfachen Ton zu empfinden und jede andere periodische zusammengesetzte Luftbewegung in eine Reihe einfacher Schwingungen zu zerlegen, mithin eine solche als eine Reihe einfacher Töne wahrzunehmen.

Die Unterscheidung der Tonhöhen scheint durch haarförmige Organe, welche mit den Nervenenden in der Schnecke verbunden sind (Corti'sche Fasern), ermöglicht zu werden, deren jedes durch einen Ton von bestimmter Höhe zum Mitschwingen gebracht wird.

Der Phonograph beweist, daß sich Klänge in zusammengesetzte Schwingungen übereinander lagern. Er beruht wie das Ohr auf dem Prinzip des Mitschwingens.

Beispiel. Eine gedeckte Pfeife von $^1/_4\,m$ und eine offene von $^1/_3\,m$ Länge tönen zugleich. Welcher Ton entsteht durch Interferenz beider, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles mit 330 m und $\bar{a}$ mit 435 Schwingungen gerechnet wird?

VII. Optik.

1. Von welchen Größen ist die Beleuchtungsstärke einer Fläche abhängig?

Unter Beleuchtungsstärke versteht man die von der Einheit der Oberfläche ($1\,cm^2$) eines beleuchteten Körpers ausgehende Lichtmenge. Diese ist abhängig: 1. von der Lichtstärke des leuchtenden Körpers.

Die Stärke der Lichtquelle hängt aber von der Natur derselben und von der Höhe der Glut ab, zu welcher der glühende Körper oder die in einer Flamme glühenden Teilchen (Kohle) gebracht werden; am stärksten ist das Licht bei der Weißglut.

2. Von der Entfernung der beleuchteten Fläche von der Lichtquelle; die Beleuchtungsstärke nimmt in demselben Verhältnisse ab, wie die Quadratzahlen der Entfernung von der Lichtquelle zunehmen.

Von jedem leuchtenden Punkte verbreitet sich das Licht, solange das Medium dasselbe bleibt, nach allen Richtungen gleichmäßig aus, indem die Lichtwellen (Wellenbewegung des Äthers) als konzentrische Kugelflächen fortschreiten, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt der leuchtende Punkt ist. Jeder Kugelhalbmesser heißt Lichtstrahl; er zeigt die Richtung an, in welcher sich das Licht verbreitet.

Denkt man sich eine Lichtquelle im Mittelpunkte einer Hohlkugel vom Radius r, so fällt alles Licht auf die innere Oberfläche; die auf die Flächeneinheit fallende Lichtmenge ist $B = \frac{I}{4r^2\pi}$, wenn man mit I die Lichtstärke oder Intensität der Lichtquelle bezeichnet.

Ist r_1 der Halbmesser der Hohlkugel, so ist die Beleuchtung durch $B' = \frac{I}{4r_1^2\pi}$ gegeben. Es ist also $B : B' = r_1^2 : r^2$.

3. Von dem Winkel, welchen die Lichtstrahlen mit der Fläche einschließen; die Stärke der Beleuchtung ist proportional dem Sinus des Neigungswinkels der Lichtstrahlen gegen die Fläche.

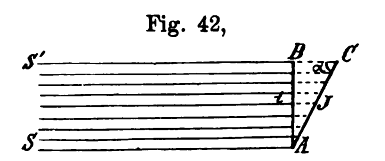
Bezeichnet man die Beleuchtung bei senkrecht auffallenden Strahlen mit i (Fig. 42) und bei schief auffallenden Strahlen mit I, so ist $i : I = AC : AB = AC : AC \sin\alpha$, daher $I = i \sin\alpha$.

Bezeichnet i die Stärke der Beleuchtung einer Fläche, falls die Lichtquelle in der Entfernung $= 1$ senkrecht über derselben

stünde, so läßt sich für jede andere Entfernung r und für jede Stellung der Lichtquelle gegen die Fläche die Beleuchtungsstärke I durch $I = \frac{i \sin \alpha}{r^2}$ ausdrücken.

4. Die Beleuchtungsstärke einer Fläche ist ferner abhängig von dem Medium, durch welches sich das Licht fortgepflanzt hat, von der Reflexionsfähigkeit der Fläche und von dem Winkel, unter dem die Lichtstrahlen die Fläche verlassen.

Fig. 42.



2. Wozu dient ein Photometer?

Photometer sind Vorrichtungen zur vergleichenden Messung der Stärke verschiedener Lichtquellen. Das einfachste Photometer ist das von Bunsen (1851); es besteht aus einer Papierfläche mit einem Fettfleck. Das mit Fett getränkte Papier läßt viel Licht hindurch, während das gewöhnliche Papier nur schwach durchscheinend ist. Befindet sich nur auf der einen Seite eines solchen Schirmes eine Lichtquelle, so sieht der Fettfleck von der Lichtseite angesehen dunkel, von der andern Seite angesehen hell aus. Bringt man jetzt auf die andere Seite des Schirmes auch eine Lichtquelle und verschiebt diese so lange, bis der Fettfleck scheinbar verschwindet, so ist $\frac{I}{e^2} = \frac{I_1}{e_1^2}$ oder $I : I_1 = e^2 : e_1^2$, d. h. die Lichtstärken zweier Lichtquellen verhalten sich wie die Quadrate ihrer Entfernungen vom Schirm.

Beim Photometer von Weber werden zwei gleiche Papierflächen (F_1 und F_2) durch die dahintergestellten Lichtquellen (L_1 beleuchtet die Fläche F_1 und L_2 beleuchtet die Fläche F_2) zu gleicher Stärke beleuchtet. Die gleiche Beleuchtung der zwei Flächen kann man schon aus der Entfernung sehen.

Mittels der Photometer lassen sich nur solche Lichtquellen vergleichen, deren Farbe gleich oder doch sehr wenig verschieden ist; denn das Auge, so empfindlich es für die geringsten Unterschiede im Grade der Helligkeit ist, verliert doch sogleich einen großen Teil dieser Fähigkeit, sobald zwei nebeneinanderliegende Licht- und Schattenstreifen ungleiche Farbe haben.

Zwei Lampen bringen in 20 *cm*, 36 *cm* dieselbe Beleuchtung hervor wie eine Normalkerze in 10 *cm* Entfernung; in welchem Verhältnisse stehen ihre Lichtstärken?

Eine Stearinkerze bringt in 25 *cm* Entfernung dieselbe Beleuchtung hervor, wie eine Gasflamme in der Entfernung von 65 *cm*; wie groß ist die Intensität des Gaslichtes im Verhältnisse zur Kerze?

3. Welche Erscheinungen an ebenen Spiegeln beruhen auf der Reflexion des Lichtes?

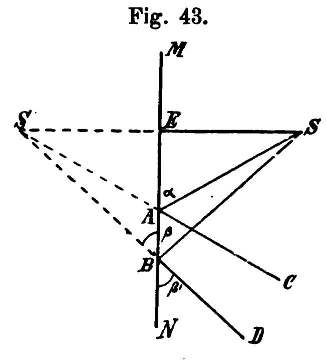
Unter einem Spiegel im allgemeinen versteht man einen undurchsichtigen Körper mit einer glatten Oberfläche. Die Erscheinungen, die auf der Reflexion des Lichtes beruhen, sind:

1. Das Bild eines Lichtpunktes in einem ebenen Spiegel liegt symmetrisch so weit hinter dem Spiegel, als der Punkt vor demselben.

2. Wird ein ebener Spiegel um eine in ihm gelegene Achse um den Winkel α gedreht, so dreht sich das Bild des vor dem Spiegel befindlichen Objektes um dieselbe Achse, aber um den Winkel 2α.

Beweis. 1. Die von dem leuchtenden Punkte S (Fig. 43) ausgehenden Strahlen SA und SB schließen mit der Ebene des Spiegels MN verschiedene Winkel ein; $\measuredangle\, \alpha > \beta$; es müssen demnach auch die reflektierten Strahlen AC und BD in ihrer Verlängerung in S' sich schneiden. Aus $AB = AB$, $\measuredangle\, \beta = \beta'$, $180 - \alpha = 180 - \alpha'$ folgt $\triangle\, ABS \cong ABS'$, folglich $AS = AS'$.

Fig. 43.

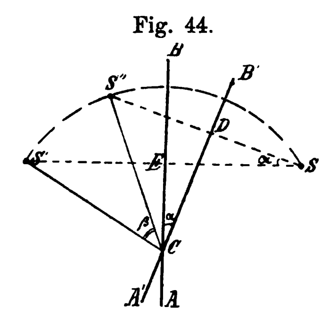


Verbindet man S mit S', so ist $\triangle\, AES \cong AES'$; daraus folgt: $\measuredangle\, E = 90^0$ und $SE = S'E$.

In einem unter $\measuredangle\, 45^0$ geneigten Spiegel erscheint ein aufrecht stehender Gegenstand in liegender Stellung, ein liegender Gegenstand aufrecht stehend. Worauf beruht das Kaleidoskop?

Beweis. 2. Bei der ursprünglichen Stellung des Spiegels AB (Fig. 44) ist S' das Bild von S und wegen $\triangle\, CES \cong CES'$ $CS = CS'$; kommt aber AB in die Lage $A'B'$, dann ist S'' das Bild von S und wegen $\triangle\, DCS \cong DCS''$ $CS = CS''$. Die Punkte $S\,S'\,S''$ liegen demnach in der Peripherie desselben Kreises; der Zentriwinkel β ist doppelt so groß als der auf demselben Bogen $S'S''$ liegende Peripheriewinkel α.

Fig. 44.



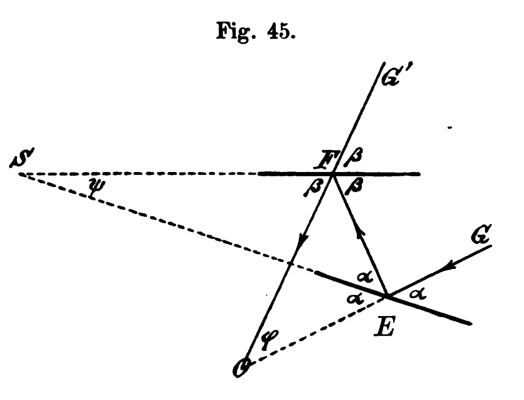
Auf der Reflexion des Lichtes von ebenen Spiegeln beruhen: der Heliostat, das Reflexionsgoniometer, der Spiegelsextant

4. Wozu dient ein Spiegelsextant?

Der Spiegelsextant (Hadley spr. Häddle 1731) dient zum Messen des Winkels, welchen die Visierlinien nach zwei entfernten

Punkten miteinander einschließen. Ein in halbe Grade eingeteilter Bogen von 60^0 trägt in seinem Mittelpunkte einen beweglichen Spiegel; auf der Speichenplatte befindet sich ein fester Spiegel, dessen obere Hälfte nicht belegt ist; ihm gegenüber befindet sich die Visiervorrichtung. Die zwei Punkte G und G' (Fig. 45) sieht man ohne Apparat unter dem Winkel φ. Mit dem Apparate sieht man durch den oberen unbelegten Teil des fixen Spiegels F direkt den links liegenden Punkt G'. Um auch den Lichtstrahl von G in derselben Richtung FO ins Auge zu bekommen, dreht man den beweglichen Spiegel so lange, bis der Strahl von G nach zweimaliger Reflexion auf dem Wege $GEFO$ ins Auge gelangt, also G unter G' gesehen wird. Durch den Winkel ψ, um welchen man den Spiegel gedreht hat, läßt sich $\sphericalangle\,\varphi$ ausdrücken.

Fig. 45.



Das $\triangle$ EOF hat zum Außenwinkel 2β; es ist $2\beta = \varphi + 2\alpha$; das $\triangle$ ESF hat den Außenwinkel β; es ist $\beta = \psi + \alpha$.

$\varphi + 2\alpha = 2\psi + 2\alpha$ gibt $\varphi = 2\psi$. Um den $\sphericalangle\,\psi$ nicht multiplizieren zu müssen, ist schon 2ψ (also statt 60^0 120^0) eingraviert.

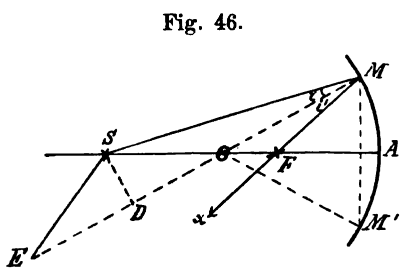
Der Spiegelsextant zeichnet sich vor anderen Winkelinstrumenten dadurch aus, daß er keine feste Aufstellung erfordert. Er ist zur See der einzige Apparat zur Bestimmung des Ortes des Schiffes nach der geographischen Breite.

5. Was versteht man unter sphärischer Aberration?

Bei Hohlspiegeln von großer Weite werden die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nicht in einem einzigen Punkte vereinigt. Die Randstrahlen haben eine kleinere Bildweite als die Zentralstrahlen; dadurch erhält man keine scharf begrenzten Bilder von Gegenständen. Diese Unvollkommenheit der Bilder nennt man sphärische Aberration.

Um die Vereinigungsweite der vom Hohlspiegel reflektierten Strahlen, d. i. die Lage des Bildes irgend eines Gegenstandes zu erhalten, betrachten wir die von einem in der Achse des Spiegels befindlichen Punkte S auf den Hohlspiegel fallenden und hierauf reflektierten Strahlen. Der Achsenstrahl SA (Fig. 46) wird offenbar in sich selbst reflektiert und heißt Hauptstrahl. Der Nebenstrahl SM wird nach Mx reflektiert, so daß $\sphericalangle i' = i$ ist. Es sei F der Vereinigungspunkt der Strahlen AS und Mx; denkt man sich die vorhandene Figur um die Achse gedreht, so nimmt SM nach und nach die Lage aller Strahlen an, welche der leuchtende Punkt dem Spiegel unter dem gleichen Neigungswinkel $\sphericalangle MSA$ gegen SA sendet; da hiebei der Punkt F unbeweglich bleibt, so schneiden sich alle diese in der Mantelfläche eines Kegels gelegenen Strahlen nach ihrer Reflexion im Punkte F. Man glaubt somit im Punkte F die Lichtquelle zu sehen; in F erscheint das Bild von S.

Fig. 46.



Um die Abhängigkeit zwischen der Gegenstandsweite $SA = a$, der Bildweite $AF = \alpha$ und dem Krümmungshalbmesser r des Spiegels zu finden, fällen wir von S auf das verlängerte Einfallslot OE das Perpendikel und machen $DE = OD$; es ist dann $\triangle SME \sim FOM$, daher $SE : EM = OF : OM$ oder $SO : (2DO + OM) = OF : OM$, d. i.

$$(a - r) : [2(a - r)\cos\varphi + r] = (r - \alpha) : r; \text{ mithin}$$

$$\alpha = r\left(1 - \frac{a - r}{r + 2(a - r)\cos\varphi}\right).$$

Dieser Ausdruck für die Bildweite hängt also nicht bloß von der Gegenstandsweite und vom Radius der spiegelnden Fläche, sondern auch von der Stelle M ab, an welcher der Spiegel von dem einfallenden Strahle getroffen wird. Je weiter der Punkt M von der Achse entfernt ist (Randstrahl), desto größer ist $\sphericalangle \varphi$, desto kleiner $\cos\varphi$ und desto kleiner α. Je näher M der Achse liegt (Zentralstrahl), desto kleiner ist $\sphericalangle \varphi$, desto größer $\cos\varphi$ und auch α.

Anmerkung. Wird das Bild von sehr nahe am Hauptstrahle den Spiegel treffenden und von demselben reflektierten Strahlen erzeugt, — dieser Fall tritt ein, wenn die Öffnung des Spiegels nur

wenige Grade beträgt —, so kann man ohne merklichen Fehler $\cos\varphi = 1$, also

$$\alpha = r\left(1 - \frac{a-r}{2a-r}\right) = \frac{ar}{2a-r} \text{ und } \frac{1}{\alpha} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \text{ setzen.}$$

Wird noch r durch $2p$ ersetzt, so erhält man die Gleichung:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}.$$

6. Welche Folgerungen ergeben sich aus der allgemeinen Gleichung zwischen Gegenstandsweite, Bildweite und Krümmungshalbmesser eines Hohlspiegels für Zentralstrahlen?

Die Beziehung zwischen Gegenstandsweite (a), Bildweite (α) und Krümmungsradius ($r = 2p$) eines Hohlspiegels für Zentralstrahlen lautet: $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$.

1. Ist $a = \infty$, so wird $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$, also $\alpha = p$, d. h.:

Ist der leuchtende Punkt S unendlich weit vom Spiegel entfernt, so können alle auf den Spiegel mit kleiner Öffnung auffallenden Strahlen als zur Achse des Spiegels parallel angesehen werden; diese parallelen Strahlen vereinigen sich im Abstande $p = \frac{r}{2}$ vom Spiegel. Den Vereinigungspunkt der zur Achse des Spiegels parallelen Strahlen nennt man den Brennpunkt und seinen Abstand vom Spiegel die Brennweite des Hohlspiegels.

2. Ist $a > 2p$, also $\frac{1}{a} < \frac{1}{2p}$, so ist, wenn zu dieser Ungleichung die Gleichung $\frac{1}{p} - \frac{1}{a} = \frac{1}{\alpha}$ addiert wird:

$\frac{1}{p} < \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2p}$, also $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{2p}$ und $\alpha < 2p$, d. h.:

Ist der leuchtende Punkt weiter vom Spiegel entfernt als der Krümmungsmittelpunkt, so erscheint das Bild zwischen dem Krümmungsmittelpunkte und dem Brennpunkte.

3. Für $a = 2p$ wird $\alpha = 2p$, d. h.: Liegt der leuchtende Punkt im Krümmungsmittelpunkte des Spiegels, so fällt sein Bild eben dahin.

4. Für $a < 2p$ wird $\frac{1}{a} > \frac{1}{2p}$ und $\frac{1}{p} - \frac{1}{2p} > \frac{1}{\alpha}$, also $\alpha > 2p$ d. h.:

Befindet sich der leuchtende Punkt zwischen dem Krümmungsmittelpunkte und dem Brennpunkte des Hohlspiegels, so liegt sein Bild jenseits des Mittelpunktes.

5. Für $a = p$ wird $\frac{1}{\alpha} = 0$, also $\alpha = \infty$; d. h.:

Liegt der leuchtende Punkt im Brennpunkte des Hohlspiegels, so fällt sein Bild ins Unendliche; die vom Brennpunkte ausgehenden Strahlen sind nach der Reflexion parallel zur Achse des Spiegels.

So lange $a > p$ ist, ist α positiv; d. h. so lange der leuchtende Punkt vom Spiegel weiter absteht als der Brennpunkt, gibt es jedesmal einen Punkt vor dem Spiegel, in welchem die reflektierten Strahlen die Achse des Spiegels schneiden und ein reelles Bild geben, das sich auf einem Blatt Papier auffangen läßt.

6. Für $a < p$ ist wegen $\frac{1}{a} > \frac{1}{p}$ α negativ; d. h.: Befindet sich der Punkt S zwischen dem Brennpunkte und dem Spiegel, so erscheint das Bild, wie bei einem ebenen Spiegel, hinter dem Spiegel; es ist ein geometrisches Bild.

7. Für konvergierend auf den Spiegel auffallende Strahlen ist a negativ zu nehmen, daher $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a}$, also $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{a}$ und $\alpha < a$, d. h.:

Konvergierend auf einen Hohlspiegel auffallende Strahlen vereinigen sich nach der Reflexion vor dem Spiegel und näher als ohne Reflexion.

7. In welchem Verhältnis steht die Bildgröße zur Gegenstandsgröße bei einem Hohlspiegel?

Ein leuchtender Gegenstand kann als ein Aggregat vieler leuchtender Punkte angesehen werden. Durch Anwendung der Sätze, daß der senkrecht auf den Spiegel auffallende Strahl in sich selbst, dagegen ein mit der Achse des Spiegels paralleler Strahl so vom Spiegel reflektiert wird, daß er durch den Brennpunkt geht, ergibt sich leicht die Lage und Größe des Bildes eines vor einem Konkavspiegel befindlichen Gegenstandes.

Zur Bestimmung der Größe des Bildes dient die (aus der Zeichnung leicht zu entnehmende) Relation: Bildgröße (B): Gegenstandsgröße (G) $= \alpha : a$; wird α aus der Hohlspiegelgleichung $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a} = \frac{a-p}{ap}$ bestimmt und in die obige Proportion eingesetzt, so erhält man $B : G = p : (a-p)$.

Ein Hohlspiegel erzeugt von einem senkrecht zur optischen Achse stehenden Gegenstande ein 3mal so großes 1. reelles, 2. geometrisches Bild,

welches 12 *cm* vom Spiegel entfernt ist. Wie weit ist der Gegenstand vom Spiegel entfernt und wie groß ist der Krümmungsradius des letzteren?

8. Wie lauten die Gesetze über die Lichtbrechung?

Geht ein Lichtstrahl aus einem Mittel in ein anderes, so verändert er seine Richtung; er wird gebrochen; das Brechungsgesetz lautet: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v}{v'} = n.$

Für Luft und Wasser ist $n = \frac{4}{3}$, für Luft und Glas ist $n = \frac{3}{2}$.

Aus diesem Hauptgesetze ergeben sich folgende spezielle Fälle:

1. Für $\alpha = 0$ muß auch $\beta = 0$ sein, d. h. ein senkrecht auf die Trennungsfläche zweier Medien auffallender Lichtstrahl geht ungebrochen ins neue Mittel über.

2. Für $v' < v$ ist $\sin\beta < \sin\alpha$, mithin auch $\beta < \alpha$, d. h. geht ein Lichtstrahl aus einem optisch dünneren Medium in ein optisch dichteres, so wird er zum Lote gebrochen.

3. Für $v' > v$ ist $\sin\beta > \sin\alpha$, also $\beta > \alpha$, d. h. geht ein Lichtstrahl aus einem optisch dichteren Medium in ein optisch dünneres, so wird er vom Lote gerochen.

4. Je größer der Einfallswinkel ist oder je schiefer die Strahlen auffallen, desto größer ist die Ablenkung.

Beweis. Aus $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$ folgt: $(\sin\alpha - \sin\beta) : \sin\beta = (n-1) : 1$ und daraus: $\sin\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{(n-1)\sin\beta}{2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}$.

Je größer α wird, desto größer muß (nach $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$) β sein; dadurch wird die rechte Seite der Gleichung größer, also $\frac{\alpha-\beta}{2}$ und dadurch auch die Größe der Ablenkung $(\alpha - \beta)$ größer.

9. Wo kommt eine totale Reflexion vor?

Bei dem Übergange der Lichtstrahlen aus einem optisch dichteren Medium in ein optisch dünneres werden die Strahlen vom Lote gebrochen; der Brechungswinkel ist größer als der Einfallswinkel. Bei einer gewissen Größe des Einfallswinkels wird der gebrochene Strahl gerade in die Grenzfläche beider Medien fallen; wird dieser Einfallswinkel noch größer, so gehen die Strahlen nicht

in das dünnere Medium über, sondern werden an der Grenzfläche sämtlich in das dichtere Medium reflektiert. Diese Erscheinung, daß sehr schief an der Grenzfläche eines dünneren Mediums anlangende Lichtstrahlen nicht in dasselbe eindringen, sondern sämtlich in das dichtere Medium zurückgeworfen werden, wird totale Reflexion genannt.

Der Winkel α, welcher sich aus der Gleichung $\sin\alpha = n$ (echter Bruch) ergibt, heißt der Grenzwinkel.

Der Grenzwinkel für Luft und Wasser wird aus $\sin\alpha = \frac{3}{4}$ bestimmt.
Der Grenzwinkel für Luft und Glas wird aus $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ bestimmt.

Wird dieser Winkel überschritten, so tritt die totale Reflexion ein.

Anmerkung. Auf der totalen Reflexion beruhen: 1. Die Luftspiegelungen in den heißen Wüsten und über den polaren Meeren. 2. Der Glanz der Luftblasen im Wasser und der Sprünge in durchsichtigen Körpern. 3. Die Erscheinung, daß viele durchsichtige Körper in gepulvertem Zustande wie z. B. gestoßenes Glas, undurchsichtig sind; das auffallende und eindringende Licht muß nämlich sehr oft aus einem dichteren Mittel in die Zwischenluft übergehen, wodurch es allmählich total reflektiert wird. Infolge der totalen Reflexion erscheint der Körper weiß.

10. Es ist der Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Platte zu verfolgen.

Beim Durchgang durch eine planparallele Platte erleidet ein Lichtstrahl SA (Fig. 47) eine 2malige Brechung, nach welcher der austretende Strahl ohne Richtungsänderung, sondern nur gegen den eintretenden parallel verschoben erscheint.

Beweis. Für die Brechung in A gilt die Beziehung $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$

und für die Brechung in B gilt die Beziehung $\frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'} = \frac{1}{n}$.

Durch Multiplikation beider Gleichungen erhält man bei Berücksichtigung, daß $\alpha' = \beta$ ist, $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta'} = 1$; da α und β' spitze Winkel sind, so muß $\alpha = \beta'$ sein, d. h. $BS' \parallel SA$. Bei parallelen Geraden ist ihr Abstand anzugeben. Der Abstand der Parallelen BS' und

SA ist $AD = AB \sin(\alpha - \beta)$ und, wenn AB durch die Dicke ($AC = d$) der Platte ausgedrückt wird,

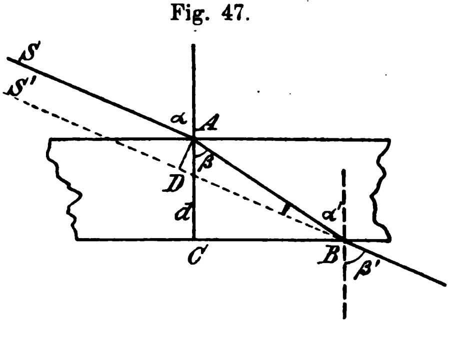


Fig. 47.

$$AD = \frac{d}{\cos\beta} \sin(\alpha - \beta).$$

Dieser Ausdruck sagt: Die Größe der Parallelverschiebung des Strahles wächst mit der Plattendicke und mit der Größe des Einfallswinkels; denn je größer α ist, desto größer ist β und auch $\alpha - \beta$.

11. Wie bestimmt man den Brechungsexponenten fester, flüssiger und luftförmiger Körper?

Zur Berechnung des Brechungsexponenten einer durchsichtigen Substanz benutzt man die kleinste Ablenkung, welche die Lichtstrahlen in einem Prisma aus dieser Substanz erfahren. In der Optik wird ein durchsichtiger Körper mit zwei keilförmig zueinander geneigten glatten Flächen ein Prisma genannt; beide Flächen nennt man brechende Flächen und die Gerade, in der sie sich schneiden, die brechende Kante sowie den Winkel, den sie miteinander bilden, den brechenden Winkel. Ein durch ein Prisma hindurchgehender Lichtstrahl erleidet eine starke Ablenkung nach derjenigen Seite hin, auf welcher sich die Kante des Prismas befindet. Die Größe der Ablenkung (Deviation) ist abhängig: 1. von dem Einfallswinkel i des auffallenden Strahles, 2. von dem relativen Brechungsverhältnis n aus der Luft in die Substanz des Prismas und 3. von dem brechenden Winkel φ.

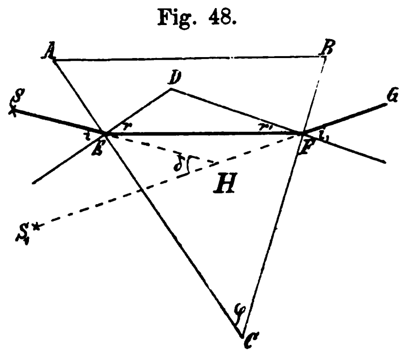


Fig. 48.

Ist nämlich ABC (Fig. 48) ein auf der Kante C senkrecht stehender Schnitt des Prismas mit dem brechenden Winkel φ und trifft ein Strahl SE die Trennungsfläche in E, so wird er in der Richtung EF, dagegen beim Übergange von F aus in die Luft in der Richtung FG gebrochen. Ein Auge bei G erblickt den leuchtenden Punkt S in S_1.

Im $\triangle\, EFD$ beträgt $\sphericalangle\, r + r_1 + (180 - \varphi) = 180^0$, mithin $r + r_1 = \varphi$. $\sphericalangle\, \delta$ (als Außenwinkel des $\triangle\, EFH$) $= (i - r) + (i_1 - r_1) = i + i_1 - \varphi$, d. h. die

prismatische Ablenkung ist gleich der Summe des Einfalls- und des Austrittswinkels vermindert um den brechenden Winkel.

Ändert man durch Hin- und Herdrehen des Prismas den Einfallswinkel i, so findet man leicht eine Stellung des Prismas, bei welcher die Ablenkung kleiner ist als bei jeder anderen Stellung. Diese kleinste Ablenkung findet dann statt, wenn der Lichtstrahl mit den beiden brechenden Flächen innerhalb und außerhalb des Prismas gleiche Winkel bildet. Für diesen Fall ist $i = i'$, $r = r'$ und das Minimum der Ablenkung $\sphericalangle\, \delta = 2i - \varphi$.

Ist δ bekannt, dann ist:

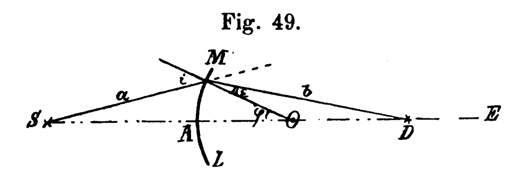
$$i = \frac{\delta + \varphi}{2} \quad \text{und} \quad n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}.$$

Die Brechung durch Flüssigkeiten und Gase beobachtet man, indem man sie in Hohlprismen einschließt. Dieselben bestehen für Flüssigkeiten aus massiven Glasprismen, durch welche ein Loch gebohrt ist, das an beiden Enden durch planparallele Platten geschlossen wird, für Gase aus an beiden Enden schief abgeschliffenen und ebenfalls durch Glasplatten geschlossenen Röhren.

12. Welche Relation besteht zwischen der Gegenstandsweite und der Bildweite bei einer bikonvexen Linse?

Unter einer Linse versteht man einen durchsichtigen Körper, welcher wenigstens auf einer Seite kuglig gekrümmt ist. Die Linsen sind entweder in der Mitte dicker als am Rande, also auf beiden Seiten oder nur auf einer Seite erhaben geschliffen und heißen Konvexlinsen, oder sie sind auf beiden oder auf einer Seite kugelförmig vertieft, demnach in der Mitte dünner als am Rande und heißen Konkavlinsen. Die Mittelpunkte der Kugelflächen, von denen die Grenzflächen der Linsen Teile sind, heißen Krümmungsmittelpunkte. Die Linie, welche durch beide Krümmungsmittelpunkte geht, heißt Achse und der Punkt in ihr, der in der Mitte zwischen den Grenzflächen liegt, der optische Mittelpunkt.

Fig. 49.



Ein Strahl, der in der Richtung der Achse auf eine bikonvexe Linse fällt, geht ungebrochen durch und heißt Hauptstrahl. Jeder andere Strahl erleidet eine Brechung. Um die Vereinigungsweite des Strahles SM (Fig. 49), der unter dem Winkel i die bikonvexe Linse

trifft, mit dem ungebrochenen SE zu finden, betrachten wir zunächst die Brechung infolge der ersten Krümmungsfläche mit dem Radius $AO = r$.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Im } \triangle\ SMO \ldots \text{ist } \dfrac{SM}{SO} = \dfrac{\sin\varphi}{\sin i} \\ \text{im } \triangle\ MDO \ldots \dfrac{DO}{MD} = \dfrac{\sin\varepsilon}{\sin\varphi} \end{array}\right\}, \text{ daher } \frac{SM}{SO} \cdot \frac{DO}{MD} = \frac{\sin\varepsilon}{\sin i} = \frac{1}{n}.$$

Setzen wir die Entfernung des Lichtpunktes von der Linse $SA = SM = a$, die Vereinigungsweite $AD = MD = b$ (die Öffnung der Linse, d. i. $\measuredangle\, \varphi$ ist sehr klein), so ist infolge der ersten Brechung: $\frac{a}{a+r} \frac{b-r}{b} = \frac{1}{n}$, d. i. $an(b-r) = b(a+r)$; durch Division durch abr erhält man: $\frac{1}{a} = \frac{n-1}{r} - \frac{n}{b} \ldots \ldots 1)$.

Um daraus den Ausdruck für die Brechung an der zweiten Kugelfläche mit dem Radius r_1 zu erhalten, ist folgendes zu berücksichtigen:

a) die Brechung geschieht aus dem optisch dichteren Medium in die Luft; es ist statt $n \ldots \frac{1}{n}$ zu setzen;

b) der Radius r_1 der zweiten Fläche hat eine entgegengesetzte Lage zu r; es ist also für $r \ldots \ldots -r_1$ zu setzen.

c) Der Vereinigungspunkt der aus dieser zweiten Fläche tretenden Strahlen erzeugt das Bild; es ist statt $b \ldots$ die Bildweite α zu setzen.

d) Die Strahlen, welche auf die Flächen fallen, kommen nicht von S, sondern fallen so ein, als ob sie von D kämen, dessen Abstand von der Austrittsstelle $= b$ ist (die Dicke der Linse wird nicht berücksichtigt); da aber diese Entfernung in entgegengesetzter Richtung wie a gerechnet wird, so ist für $a \ldots -b$ zu setzen. Führen wir diese Substitutionen durch, so erhalten wir

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{n}{b} + \frac{n-1}{r_1} \ldots \ldots 2);$$

$$1) \text{ und } 2) \text{ gibt } \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right), \text{ mithin}$$

$$\frac{1}{\alpha} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) - \frac{1}{a}.$$

Da die Beziehung zwischen der Gegenstandsweite a und der Bildweite α (unter der Bedingung, daß $\measuredangle\, \varphi$ sehr klein ist) von der Neigung des einfallenden Strahles gegen die Achse unabhängig ist,

so treffen alle Zentralstrahlen, welche von einem Punkte der Achse ausgehen, wieder in einem Punkte der Achse zusammen.

13. Welche besonderen Fälle ergeben sich aus der allgemeinen Gleichung zwischen der Gegenstandsweite und der Bildweite einer Linse?

I. Für eine bikonvexe Linse ist die Abhängigkeit der Bildweite (α) von der Gegenstandsweite (a) ausgedrückt durch die Formel

$$\frac{1}{\alpha} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) - \frac{1}{a},$$

wobei n den Brechungsquotienten der Linsensubstanz, r und r_1 die Krümmungshalbmesser der Grenzflächen bedeutet. Daraus ergeben sich folgende spezielle Fälle:

1. Für $a = \infty$ ist $\frac{1}{\alpha} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$, d. h. Strahlen, die von einem unendlich weit entfernten Punkte herkommen, d. i. parallel zur Achse auffallen, vereinigen sich in einem Punkte hinter der Linse; man nennt diesen Punkt den Brennpunkt und seine Entfernung von der Linse die Brennweite. Setzt man die Brennweite $= p$, so ist $\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$, d. h. die Brennweite einer Linse ist vom Brechungsexponenten der Substanz und von den Krümmungshalbmessern der Linse abhängig, ist also für dieselbe Linse konstant.

Obige allgemeine Gleichung kann also in der Form $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$ oder $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{1}{p}$ geschrieben werden.

2. Je kleiner a wird, desto größer wird α; für $a = 2p$ ist $\alpha = 2p$, d. h. befindet sich der leuchtende Punkt in der Entfernung der doppelten Brennweite vor der Linse, so vereinigen sich die Strahlen nach dem Durchgange durch die Linse in derselben Entfernung hinter der Linse.

3. Für $a = p$ wird $\alpha = \infty$, d. h. befindet sich der leuchtende Punkt im Brennpunkte der Linse, so entsteht ein Bild in unendlich großer Entfernung; die Strahlen gehen nach dem Durchgange durch die Linse parallel mit der Achse der Linse fort.

So lange $a > p$ ist, so lange hat α einen positiven Wert; es gibt immer einen Punkt, in welchem die Strahlen nach dem Durchgange durch die Linse die Achse der Linse schneiden.

4. Befindet sich der leuchtende Punkt innerhalb der Brennweite, d. h. ist $a < p$, so ist $\alpha = p \frac{a}{a - p}$ negativ; das Bild des leuchtenden Punktes liegt mit diesem auf einer und derselben Seite der Linse, und zwar in einer größeren Entfernung von der Linse als der leuchtende Punkt selbst.

5. Hat a einen negativen Wert, so ist, wenn man statt $a \ldots . - a$ schreibt, $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a}$, mithin $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{a}$ und $\alpha < a$, d. h. konvergierend auffallende Strahlen werden durch eine Konvexlinse noch mehr konvergierend gemacht; daher der Name: Sammellinsen.

14. Verschieden geformte Konvexlinsen haben unter sonst gleichen Verhältnissen eine verschiedene Brennweite; wie läßt sich dies beweisen?

Daß die drei Formen der Konvexlinsen, welche denselben Brechungsexponenten und eine gleiche Begrenzungsfläche haben, sich in ihrer Brennweite unterscheiden, läßt sich aus der mathematischen Formel für die Brennweite (p) einer Sammellinse erweisen; es ist nämlich

a) bei der bikonvexen Linse: $\frac{1}{p_1} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$.

b) Bei einer plankonvexen Linse bleibt r konstant, während $r_1 = \infty$ ist, daher $\frac{1}{p_2} = (n - 1)\frac{1}{r}$.

c) Bei einer konkavkonvexen Linse ist jedoch r_1 negativ und so groß, daß $\frac{1}{r} > \frac{1}{r_1}$ ist, mithin $\frac{1}{p_3} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)$.

Aus diesen Ausdrücken ist zu sehen, daß $\frac{1}{p_1} > \frac{1}{p_2} > \frac{1}{p_3}$, also $p_1 < p_2 < p_3$ ist, d. h. die bikonvexe Linse hat unter sonst gleichen Umständen die kleinste, die konkavkonvexe Linse die größte Brennweite. Beide Brennpunkte sind von der Linse gleich weit entfernt. Die Brennweite einer Linse läßt sich experimentell folgenderweise bostimmen. Man läßt die Sonnenstrahlen senkrecht auf die Linse auffallen und sucht mit einem Papierblatt die Spitze des aus der Linse heraustretenden Lichtkegels; die Entfernung des Schirmes von der Linse gibt die gesuchte Brennweite an. Hat man jedoch kein Sonnenlicht, so nimmt man eine beliebige Lichtquelle (Kerzenflamme) und

sucht auf der anderen Seite der Linse mit einem Schirm das Bild auf. Nun verschiebt man die Lichtquelle so lange, bis die Bildweite der Gegenstandsweite gleich wird; diese Entfernung gibt die doppelte Brennweite der betreffenden Linse an. Aus $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$ folgt nämlich

für $\alpha = a$ $\quad \frac{2}{a} = \frac{1}{p}$, also $p = \frac{a}{2}$.

Wie groß ist die Brennweite der drei Sammellinsen aus Glas mit dem Brechungsquotienten $n = \frac{3}{2}$?

15. Welche Gesetze zeigen sich bei den Konkavlinsen?

Die Relation zwischen der Gegenstandsweite a, Bildweite α und der geometrischen Brennweite p einer bikonkaven Linse lautet: $\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{p} - \frac{1}{a}$, wobei $\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$ ist.

1. Für $a = \infty$ wird $\alpha = -p$, d. h. Strahlen, welche der Linsenachse parallel auffallen, werden so gebrochen, als kämen sie von einem Punkte, der vor der Linse in der Entfernung p liegt. Wiewohl dieser Punkt kein wirklicher, sondern nur ein scheinbarer Vereinigungspunkt der parallelen Strahlen nach der Brechung ist, heißt er dennoch (geometrischer) Brennpunkt der Linse.

2. So lange a einen positiven Wert hat, ist $\alpha = -\frac{ap}{a+p}$ negativ und infolge des echten Bruches $\frac{p}{a+p}$ kleiner als a; d. h. divergierend auf die Linse auffallende Strahlen werden durch die Brechung noch mehr divergierend; daher der Name: Zerstreuungslinsen.

3. Ist a negativ, d. h. fallen die Strahlen konvergierend auf, so wird, da $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{p} = \frac{p-a}{ap}$ ist,
für $a > p \ldots \alpha$ negativ: die Strahlen bleiben divergierend;
für $a = p \ldots \alpha = \infty$: die Strahlen werden parallel;
für $a < p \ldots \alpha$ positiv: die Strahlen bleiben konvergierend, aber ihre Konvergenz ist nach der Brechung geringer als vor der Brechung.

Anmerkung. Bei allen Linsen sind die geometrischen Bilder aufrecht (durch —Zeichen ausgedrückt), die physischen umgekehrt.

16. Welche Lage hat der optische Mittelpunkt bei den verschiedenen Linsen?

Unter dem optischen Mittelpunkte einer Linse versteht man denjenigen Punkt in der Achse der Linse, welcher die Eigenschaft hat,

daß alle jene Strahlen, welche infolge der ersten Brechung durch ihn hindurchgehen, nach der zweiten Brechung eine der Einfallsrichtung parallele Richtung haben, also ungebrochen hindurchgehen.

Die Lage dieses Punktes O findet man auf folgende Art:

Ist (in Fig. 50) der Strahl $s_2 \parallel s_1$, so sind die Flächenelemente e und e' parallel und auch die Lote $C_1 e \parallel C_2 e'$. Wegen $\sphericalangle O = O$ und $\sphericalangle C_1 = C_2$ ist $\triangle C_1 e O \sim C_2 e' O$; daher $C_1 e : C_1 O = C_2 e' : C_2 O$. Wird die Dicke der Linse $= d$ und der Abstand des Punktes O von der einen Linsenfläche $= x$ gesetzt, so lautet die frühere Proportion: $r_1 : (r_1 - x) = r_2 : (r_2 - d + x)$, woraus sich $x = \frac{r_1 d}{r_1 + r_2}$ ergibt.

1. Für eine Bikonvex-(Bikonkav-)Linse mit gleichen Krümmungsradien ist $x = \frac{d}{2}$, d. h. der optische Mittelpunkt liegt in der Mitte dieser Linse.

2. Für $r_2 = \infty$ ist $x = 0$, d. h. der optische Mittelpunkt einer plankonvexen oder plankonkaven Linse liegt im Mittelpunkte der gekrümmten Fläche.

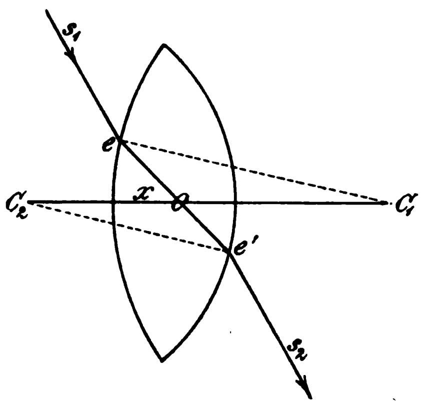


Fig. 50.

3. Ist r_2 negativ und größer als r_1, so ist x negativ, d. h. bei einer Konkavkonvex- und einer Konvexkonkavlinse liegt der optische Mittelpunkt außerhalb der Linse auf der Seite der stärkeren Krümmung.

Anmerkung. Den optischen Mittelpunkt braucht man, um das Bild (A') eines außerhalb der Achse einer Linse liegenden Punktes zu konstruieren. Strahlen, welche durch den optischen Mittelpunkt einer Linse gehen, heißen Hauptstrahlen; sie erfahren keine Ablenkung, sondern bloß eine Parallelverschiebung, welche bei sehr dünnen Linsen verschwindend klein ist.

Aufgabe. Die Radien einer Bikonvexlinse aus Glas seien 20 und 30 *cm*; *a*) wie groß ist ihre Brennweite; *b*) wo liegt und wie groß ist das Bild eines 120 *cm* entfernten 60 *cm* langen Gegenstandes?

a) Zur Berechnung der Brennweite der Linse dient die Gleichung $\frac{1}{p} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$.

Aus $\frac{1}{p} = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30}\right)$ erhält man $p = 24\ cm$.

b) Zur Berechnung der Bildweite dient die Gleichung
$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a} = \frac{1}{24} - \frac{1}{120}$; man erhält $\alpha = 30\ cm$.

c) Zur Berechnung der Bildgröße dient der Satz: Die Bildgröße (B) verhält sich zur Gegenstandsgröße (G) wie die Bildweite zur Gegenstandsweite.

Aus $B : G = \alpha : a$ d. i. $B : 60 = 30 : 120$ erhält man $B = 15\ cm$.

17. In welcher Beziehung unterscheiden sich die verschiedenen Spektralfarben?

Läßt man durch eine kleine Öffnung das Sonnenlicht in ein dunkles Zimmer treten und fängt dasselbe auf einem gegen die Strahlen senkrechten, weißen Schirme auf, so entsteht ein rundes, weißes Sonnenbild (Newton 1666). Läßt man aber die Sonnenstrahlen durch ein Prisma gehen, so tritt eine dreifache Veränderung ein:

1. Das Sennenlicht erscheint nicht an derselben Stelle, sondern ist in senkrechter Richtung von der Kante des Prismas weg verschoben;

2. es ist nicht rund, sondern in senkrechter Richtung gegen die Kante des Prismas in die Länge gezogen, und zwar so, daß es an den Langseiten von geraden Linien, an den Enden von Kreisbogen begrenzt ist;

3. es ist nicht mehr weiß, sondern farbig. Dieses abgelenkte, in die Länge gezogene, farbige Sonnenbild nennt man Sonnenspektrum. Man unterscheidet an demselben 7 Spektralfarben: Rot, Orange, Gelb, Grün, Hellblau, Indigo und Violett.

Der Umstand, daß das weiße Sonnenlicht durch das Prisma in mehrere farbige Lichtstrahlen zerlegt wird, beweist, daß das Sonnenlicht kein einfaches, homogenes, sondern ein zusammengesetztes, heterogenes ist und daß den verschiedenfarbigen Strahlen auch eine verschiedene Brechbarkeit zukommt; das rote Licht hat die geringste, das violette Licht die größte Brechbarkeit. Die einzelnen Spektralfarben sind einfach.

Eine nähere Untersuchung der Spektralfarben ergibt eine Verschiedenheit derselben in mehrfacher Beziehung:

1. Die Breite der einzelnen Farben ist eine verschiedene; das Violett ist am breitesten.

2. Der gelbe Teil des Spektrums ist am hellsten; zu beiden Seiten vom Gelben nimmt die Helligkeit ab.

3. Wird ein sehr empfindliches Thermometer in die verschiedenen Teile des Spektrums gebracht, so zeigt sich, daß die Wärmewirkung vom Violett bis eine kurze Strecke über das Rot hinaus zunimmt. (Melloni 1834).

4. Hält man ein mit Chlorsilber getränktes Papier in die einzelnen Teile des Spektrums, so schwärzt es sich im roten bis grünen Teile gar nicht, etwas im blauen, noch mehr im violetten und am stärksten jenseits des violetten.

Es gibt also auch Strahlen, die eine geringere Brechbarkeit haben, als das rote Licht, und auch Strahlen, die eine größere Brechbarkeit haben, als das violette Licht (unsichtbare Strahlen).

Wie das Ohr nur solche Luftschwingungen als Ton wahrnimmt, die innerhalb gewisser Grenzen liegen, ebenso affizieren die Ätherschwingungen den Sehnerv nicht mehr, wenn ihre Schwingungszahl kleiner als 438 Billionen, oder größer als 760 Billionen pro Sekunde ist. Die Länge der Lichtwellen darf weder zu groß noch zu klein sein.

18. Welche Erscheinung wird Fluoreszenz und welche Phosphoreszenz genannt?

Manche Körper werden bei Beleuchtung mit gewissen Lichtarten leuchtend, wobei aber die Farbe des von ihnen ausgestrahlten Lichtes eine andere und zwar zumeist eine Farbe von geringerer Brechbarkeit ist, als die Farbe des absorbierten Lichtes. Man nennt diese Erscheinung Fluoreszenz. Stoffe, welche die auf sie fallenden Lichtstrahlen von einer höheren auf eine niedere Brechbarkeitsstufe zu bringen vermögen, heißen fluoreszierende; solche sind: Flußspat, Roßkastanienrinde, Stechapfeltinktur, Lösung von Blattgrün; Magdalarot, Petroleum. Von festen Körpern fluoreszieren das Uranglas und Bariumplatinzyanür sehr schön grün.

Jeder fluoreszierende Körper wird von derjenigen Strahlengattung am stärksten zum Selbstleuchten angeregt, welche er am kräftigsten absorbiert. Das von einem fluoreszierenden Körper ausgestrahlte Licht ist zusammengesetzt, selbst dann, wenn das erregende Licht einfach ist.

Werden Körper durch Belichtung veranlaßt, nach derselben noch fortzuleuchten, so nennt man diese Erscheinung Phosphoreszenz. Unter den in der Natur vorkommenden Körpern besitzen diese Eigen-

schaft der Diamant und der Flußspat. Schöner zeigen diese Erscheinung die künstlich hergestellten Leuchtsteine als: Schwefelkalzium, Schwefelbarium. Auch hier sind es wieder hauptsächlich die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen, welche diese eigentümliche Erscheinung bewirken.

19. Wie beseitigt man die chromatische Abweichung bei Prismen und Linsen?

Betrachtet man eine weiße Fläche durch ein Prisma, so erscheint sie an der einen Seite mit einem gelbroten, an der anderen Seite mit einem blauvioletten Saume versehen, in der Mitte aber weiß. Die Ursache dieser Erscheinung ist die mit der Brechung verbundene Farbenzerstreuung.

Läßt man Sonnenstrahlen auf eine Konvexlinse fallen und fängt das Bild mit einem weißen Schirme auf, so erhält man in Abständen von der Linse, die kleiner sind als die Brennweite, eine von einem roten Rande eingeschlossene weiße Kreisfläche, in Abständen, welche größer sind als die Brennweite, eine von einem violettblauen Rande eingeschlossene weiße Kreisfläche. Die Ursache dieser Erscheinung ist der ungleiche Grad der Brechbarkeit der verschiedenen Farben; da $n_v > n_r$ ist, so folgt aus
$\frac{1}{\alpha} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) - \frac{1}{a}$, daß die violetten Strahlen eine kleinere Vereinigungsweite haben als die roten.

Die Verundeutlichung eines durch eine Linse erzeugten Bildes, welche in der Farbenzerstreuung ihren Grund hat, heißt chromatische Abweichung. Linsen, bei denen die Farbenzerstreuung wegfällt, werden achromatische Linsen genannt. Wie solche konstruiert sein müssen, zeigt folgende Überlegung:

Verbindet man zwei gleiche und gleichartige Prismen so miteinander, daß die brechenden Kanten eine entgegengesetzte Lage haben, so hebt die Farbenzerstreuung des zweiten Prismas die des ersten auf, die Lichtstrahlen treten parallel aus, liefern also weißes Licht; allein sie haben auch wieder ihre ursprüngliche Richtung, sie sind nicht gebrochen, da die Brechung des zweiten Prismas der im ersten gleich und entgegengesetzt ist. Sollen die Strahlen farblos und gebrochen austreten, so müssen zwei Prismen miteinander verbunden werden, bei denen die Farbenzerstreuungen gleich und entgegengesetzt sind, die Ablenkung des einen aber größer ist als die Ablenkung des andern.

Die Entfernung der Mitte des Spektrums von der Stelle, wo das direkte Licht erscheinen würde, kann als Maß für die durch das Prisma hervorgebrachte Ablenkung gelten; die Länge des Spektrums dient als Maß für die Farbenzerstreuung des Prismas.

Ein Kronglasprisma (Kiesel, Kali) und ein Flintglasprisma (Kiesel, Kali, Bleioxyd) mit gleichen brechenden Winkel brechen ziemlich gleich stark, aber das Spektrum des Flintglasprismas ist 2·09mal so groß als das des Kronglasprismas.

Läßt man den brechenden Winkel des Prismas mit kleinerer Dispersion (Kronglasprisma) so lange zunehmen, bis das Spektrum dem des Flintglasprismas gleich wird, so heben sich die Dispersionen auf, die Ablenkungen aber nicht. Ein solches Prisma, aus zwei verschiedenen Prismen zusammengesetzt, das noch eine Ablenkung, aber keine Dispersion besitzt, heißt ein achromatisches Prisma. Achromatische Linsen werden hergestellt, indem man mit einer Sammellinse aus Kronglas eine Zerstreuungslinse (von gleicher Dispersion, aber anderer Ablenkung) aus Flintglas verbindet (Dolland 1757); beide Linsen werden mittels eines durchsichtigen Kittes Kanadabalsam zu einem Stücke zusammengekittet. Eine derartige zusammengesetzte Linse wirkt als Konvex- oder Konkavlinse, je nachdem die konvexe oder die konkave Bestandlinse stärker gekrümmt ist.

Wäre die Farbenzerstreuung der Größe der Ablenkung für verschiedene Substanzen proportional, so wäre der Achromatismus unmöglich.

Eine Zusammensetzung von Linsen, bei welcher die sphärische und chromatische Abweichung auf das Minimum reduziert ist, wird eine aplanatische Linse genannt.

20. Worin bestehen die chemischen Wirkungen des Lichtes?

Die Wirkungen des Lichtes bestehen in chemischen Verbindungen und Zersetzungen und in molekularen Umwandlungen.

a) Durch das Licht bewirkte Verbindungsvorgänge sind: Chlorgas und Wasserstoff mischen sich im Dunkeln, gehen aber keine chemische Verbindung ein; im Lichte hingegen verbinden sich diese Gase zu Salzsäure und im direkten Sonnenlichte erfolgt diese Verbindung sogar unter Explosion. Die Einwirkung des Chlors auf organische Substanzen wird durch Sonnenlicht stark befördert und viele Oxydationen der Metalle gehen im Lichte schneller vor sich.

b) Als Beispiele von zersetzenden Wirkungen des Lichtes sind anzuführen: Chlorwasser zerfällt im Lichte in Sauerstoff und

Chlorwasserstoff. Salpetersäure zerfällt in Sauerstoff und Untersalpetersäure und wird dadurch rotgelb gefärbt.

Die Zersetzung des Chlor-, Brom- und Jodsilbers ist für die Photographie wichtig.

Ein wichtiger Zersetzungsprozeß durch das Licht findet beim Wachsen der Pflanzen statt. So entwickeln Kartoffeln, welche im Dunkeln keimen, lange, blasse Keime ohne Blattbildung, die einen starken Giftstoff, das „Solanin" enthalten; unter Einwirkung des Lichtes werden die Keime jedoch grün, es bildet sich Chlorophyll, das Solanin verschwindet und die Blattbildung geht vor sich.

Die Pflanzen nehmen im Dunkeln Kohlensäure auf und diese wird unter dem Einflusse des Lichtes zersetzt; der Sauerstoff wird ausgeschieden, der Kohlenstoff zum Aufbau der organischen Verbindungen verwendet.

c) Änderungen des Molekularzustandes bewirkt das Licht beim weißen Phosphor und beim Schwefel. Eine farblose Phosphorstange geht im Lichte in roten amorphen Phosphor über. Eine Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff scheidet im Lichte Flocken von Schwefel aus. Von größerer Bedeutung ist die Veränderung des amorphen Selens; durch Belichtung wird dasselbe kristallinisch und ist in diesem Zustande ein besserer Elektrizitätsleiter; dies wird beim Photophon benutzt.

21. Worauf beruht das Photographieren?

Das Bleichen der Leinwand, das Verschießen gefärbter Zeuge, das Verblassen von Aquarellmalereien sind bekannte Beispiele für die chemische Wirkung des Lichtes. Auf der chemischen Wirkung des Lichtes auf die Silbersalze: $Cl\,Ag$, $Br\,Ag$, $J\,Ag$ beruht die Photographie. Das Verfahren des Photographen besteht nämlich darin, daß er das durch eine Linse in der Camera obscura entworfene Bild einer Person oder eines Gegenstandes mit einer Glasplatte auffängt, welche mit einer (Brom- oder) Jodsilber enthaltenden Kollodium- oder Gelatinschichte überzogen ist. Das noch unsichtbare Bild wird hervorgerufen, indem man die Platte mit einer reduzierenden Substanz (Eisenvitriol, Hydrochinon) übergießt. An der hellsten Stelle des Bildes wird hiedurch das Jodsilber völlig geschwärzt, an den halbdunklen Stellen tritt eine partielle Schwärzung ein, an den ganz dunklen Stellen bleibt das $J\,Ag$ unverändert. Das Bild wird nun fixiert, indem man es mit einer Lösung mit Zyankalium abspült, welche das unzersetzte Silbersalz auflöst.

Aus diesem negativen Bilde erhält man das positive mit Licht und Schatten an den richtigen Stellen, wenn man die Platte auf ein Chlorsilberpapier legt und dem Sonnenlichte aussetzt. Dieses positive Bild wird durch Auswaschen des Papieres mit einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron, welche das unzersetzt gebliebene *Cl Ag* auflöst, fixiert. Das Hervorrufen und Fixieren wird bei gelber oder roter Beleuchtung vorgenommen, da die Silbersalze für gelbes und rotes Licht unempfindlich sind.

Die chemische Wirkung der verschiedenfarbigen Strahlen ist verschieden, man sieht dies an der photographischen Aufnahme des Sonnenspektrums; die roten, gelben und ein Teil der grünen Strahlen bleiben unwirksam; das blaue und violette Gebiet bildet sich sehr schön ab und das photographierte Spektrum erstreckt sich noch über das Violett, da auch die ultravioletten Strahlen photographisch wirksam sind. Mittels einer besonders präparierten Bromsilberemulsion ist es Alney (1880) sogar gelungen, das ultrarote Gebiet des Spektrums zu photographieren.

22. Wie erklärt man die im Sonnenspektrum auftretenden Fraunhofer'schen Linien?

Unter den Fraunhofer'schen Linien (Fraunhofer 1817) versteht man dunkle Linien, welche sich in einem reinen Sonnenspektrum zeigen, weil Strahlen von der den dunklen Stellen entsprechenden Brechbarkeit im Sonnenlichte fehlen.

Wie die Entstehung dieser Linien zu erklären ist, ergibt sich aus der Spektralanalyse, d. i. der Lehre von der Beschaffenheit der Spektra aller leuchtenden Körper.

Die Spektralbilder sind verschiedener Art:

1. Glühende Gase geben nur einzelne Spektrallinien; z. B. Natriumdampf gibt eine gelbe Linie, Lithiumdampf eine rote und orangegelbe Linie.

Jedem chemisch einfachen oder zusammengesetzten gasförmigen Körper, der leuchtend wird, ohne sich zu zersetzen, ist eine Anzahl farbiger Linien eigentümlich, welche sich an ganz bestimmten Stellen seines Spektrums zeigen. Die Anzahl, Lage und Gruppierung der Linien ist je nach der Natur des in Dampf- oder Gasform glühenden Körpers sehr verschieden, aber sie ist für denselben Körper immer die gleiche. Daher gestattet dieses Spektrum eines gasförmigen Körpers, das sogenannte Linienspektrum, auch eine bestimmte Schlußfolgerung auf die Natur der Substanz, welche dasselbe hervorruft.

2. Glühende feste Stoffe, wie: Kalk, Platin, Eisen, die weißglühenden Kohlenteilchen unserer Lampen geben stets ein soge-

nanntes kontinuierliches Spektrum, bei welchem die Reihe der nebeneinander liegenden Farben sich nirgends weder durch helle noch durch dunkle Linien unterbrochen zeigt.

3. Eine dritte Art von Spektrum entsteht, wenn eine schwächer leuchtende Luftart sich vor einem glühenden Körper befindet; dann müssen die Strahlen des glühenden Körpers jedenfalls durch die leuchtende Gasart hindurchgehen, wodurch mit diesem Lichte eigentümliche Veränderungen geschehen.

Diese Veränderungen geschehen nach dem Kirchhoff'schen Gesetze: die Absorption ist gleich der Emission.

Die Absorption gilt für diejenigen Körper, welche dunkel und kalt sind, die Emission für dieselben Körper, wenn sie leuchtend und heiß sind.

Bringt man eine Spirituslampe, deren Docht mit Kochsalz eingerieben ist, zwischen das Auge und ein Taschenspektroskop und blickt durch letzteres nach einer Lampenflamme, so sieht man die Natriumlinie dunkel auf hellem Grunde, weil die *Na*-flamme für Strahlen von der Brechbarkeit derjenigen, welche sie selbst aussendet, undurchsichtig, für alle anderen Strahlen aber durchsichtig ist.

Ein solches Spektrum wird ein Absorptionsspektrum genannt.

Da nun die Sonne ein Absorptionsspektrum liefert, so folgt daraus, daß der Sonnenkern ein glühender, fester oder flüssiger Körper ist, umgeben von einer leuchtenden Gashülle, die aus verschiedenen Stoffen besteht; diese leuchtende Gashülle läßt diejenigen Strahlen nicht durch, die sie selbst aussendet und bewirkt so die Entstehung der Fraunhofer'schen Linien.

Für diese Kirchhoff'sche Theorie sprechen die Beobachtungen, daß beim Eintreten der totalen Sonnenfinsternis die Fraunhofer'schen dunklen Linien im Spektrum sich in farbige verwandeln.

23. Welche Bedingungen sind zum deutlichen Sehen erforderlich?

Das deutliche Sehen eines Gegenstandes ist bedingt *a*) durch die Schärfe, *b*) durch hinlängliche Helligkeit, *c*) durch die Größe und *d*) durch die Dauer des Netzhautbildes.

a) Wird vor eine Konvexlinse ein leuchtender Punkt gestellt, so entsteht auf einem hinter der Linse befindlichen Schirme nur dann ein vollkommen deutliches Bild, wenn der Punkt in einer genau bestimmten Entfernung von der Linse sich befindet; man sollte daher meinen, daß man nur Gegenstände einer bestimmten Entfernung deutlich wahrnehmen kann, nämlich in derjenigen, für welche auf

der Netzhaut ein deutliches Bild entsteht. Da aber ein gesundes Auge die Gegenstände in sehr verschiedenen Entfernungen deutlich wahrnimmt, so müssen auch für die verschiedenen Entfernungen auf der Netzhaut deutliche Bilder entstehen; es muß demnach das Auge die Fähigkeit besitzen, sich den verschiedenen Entfernungen zu akkommodieren. Beim Sehen nach einem entfernten (nahen) Gegenstande verflacht sich die Linse (wölbt sich die Linse stärker). Es ist also für die Augenlinse $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$ konstant.

Das Akkommodationsvermögen besteht in dem Vermögen, die Konvexität der Kristallinse zu verändern (Helmholtz).

Den dem Auge nächsten Punkt, für welchen die Akkommodation möglich ist, nennt man den Nahpunkt; der fernste Punkt, dessen Licht bei gänzlicher Untätigkeit des Akkommodationsapparates sich auf der Netzhaut vereinigt, heißt Fernpunkt. Die Entfernung des Nahpunktes vom Fernpunkte wird absolute Sehweite genannt, während mittlere Sehweite der Abstand ist, in welchem ein kleiner Gegenstand deutlich gesehen wird. Die mittlere Sehweite beträgt 21 — 26 *cm*.

Bei manchen Personen ist die mittlere Sehweite viel geringer, bei anderen bedeutend größer als die angegebene; erstere heißen kurzsichtig, letztere weitsichtig. Das aus normaler Sehweite kommende Licht wird im kurzsichtigen Auge wegen zu starker Lichtbrechung vor der Netzhaut, im fernsichtigen wegen zu schwacher Lichtbrechung hinter der Netzhaut vereinigt. Um das Bild auf die Netzhaut zu bringen, muß das kurzsichtige Auge eine Konkavlinse, das weitsichtige Auge eine Konvexlinse anwenden.

b) Die zweite Bedingung des deutlichen Sehens ist eine hinlängliche Helligkeit des Netzhautbildchens, denn bei zu geringer und zu großer Helligkeit wird das deutliche Sehen unmöglich.

Bei grellem Lichte verengt sich die Pupille, um weniger Lichtstrahlen ins Auge eintreten zu lassen; bei schwachem Lichte vergrößert sie sich, damit eine größere Lichtmenge die Netzhaut trifft.

c) Daß eine entsprechende Größe des Netzhautbildes erforderlich ist, geht schon daraus hervor, daß die Menge und Deutlichkeit der an einem Gegenstande wahrgenommenen Einzelheiten mit der Entfernung des Gegenstandes abnimmt.

Die Größe des Bildes hängt von der Größe des Winkels ab, den die vom Kreuzungspunkte zu den äußersten Punkten des Gegenstandes gezogenen Geraden miteinander bilden, und den man Sehwinkel nennt.

Soll ein Gegenstand deutlich wahrgenommen werden, so darf der Sehwinkel nicht unter eine gewisse Größe herabgehen; bei mäßig beleuchteten

Gegenständen muß er wenigstens $^1/_2$ Minute betragen. Stark beleuchtete Gegenstände sehen wir auch noch unter kleineren Winkeln.

Aufgabe. 1. In welcher Entfernung scheinen die Eisenbahnschienen zusammenzulaufen, wenn die Spurweite 1·3 *m* ist?

2. Wie groß muß ein Gegenstand sein, um bei gewöhnlicher Beleuchtung in der deutlichen Sehweite gesehen zu werden?

d) Um einen Lichteindruck zu empfinden, muß derselbe eine gewisse — wenn auch bei intensiver Beleuchtung noch so kurze — Zeit gedauert haben; ist eine Lichtempfindung entwickelt, so dauert sie, selbst nachdem der Eindruck bereits aufgehört hat, noch eine gewisse Zeit fort.

Thaumatrop, Stroboskop.

24. Wozu dient ein Stereoskop?

Ein Stereoskop ist eine Vorrichtung, welche dazu dient, zwei ebene Darstellungen eines Gegenstandes für den Beschauer so zu vereinigen, daß er den Eindruck eines körperlichen Gegenstandes erhält.

Die Bilder, die wir beim Fixieren eines Gegenstandes auf der Netzhaut der beiden Augen erhalten, sind nicht vollkommen gleich; mit dem rechten Auge sehen wir mehr von der rechten Seite, mit dem linken Auge mehr von der linken Seite des Gegenstandes. Diese beiden Bilder verschmelzen jedoch in unserem Bewußtsein zu dem allgemeinen Eindruck des Körperlichen.

Im Stereoskop ist der natürliche Vorgang des Sehens nachgeahmt. Man erzeugt von einem Gegenstande ein Bild, wie ihn das linke und ein zweites Bild, wie ihn das rechte Auge erblickt (durch Linsen, die wie die Augen 65 *mm* voneinander entfernt sind), und betrachtet sie mit beiden Augen gleichzeitig, (das eine mit dem linken, das andere mit dem rechten Auge) durch zwei Linsengläser, die so angebracht sind, daß sich ihre Achsen in der deutlichen Sehweite schneiden und darum beide Ansichten des Gegenstandes zusammenfallen. Die Gläser, durch welche die beiden Augen blicken, sind die keilförmigen Hälften einer durchschnittenen Sammellinse.

Diese Halblinsen sind im oberen Deckel eines inwendig geschwärzten Kästchens, das in der Mitte eine vertikale Scheidewand und von einer Seite eine Lichteinlaßöffnung hat, im Abstande der Augen mit den dicken Teilen nach auswärts eingesetzt. Sie wirken zugleich als Vergrößerungsgläser, so daß das vergrößerte körperliche Bild der beiden innerhalb der Sehweite befindlichen Stereoskopbilder sich in der Entfernung des deutlichen Sehens bildet.

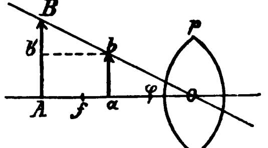
25. Von welchen Größen ist die Vergrößerung eines einfachen Mikroskopes abhängig?

Bringt man einen sehr kleinen Gegenstand genau in die deutliche Sehweite, so wird er wegen des zu kleinen Sehwinkels gar nicht oder sehr undeutlich wahrgenommen.

Bringt man diesen Gegenstand näher ans Auge, so wird wohl der Gesichtswinkel größer; da aber der Gegenstand innerhalb der deutlichen Sehweite sich befindet, so vermag man ihn wieder nur undeutlich wahrzunehmen.

Ein Instrument, welches den Sehwinkel kleiner Gegenstände vergrößert, wird ein Mikroskop genannt. Besteht ein Mikroskop nur aus einer Linse oder aus mehreren Linsen, welche zusammen wie eine einzige Linse wirken, so heißt dasselbe ein einfaches Mikroskop oder eine Lupe (Jansen in Holland 1590).

Fig. 51.



Jede Sammellinse kann als ein einfaches Mikroskop betrachtet werden; denn bringt man zwischen das Auge und den Gegenstand (Fig. 51) eine Konvexlinse, und zwar so, daß der Gegenstand innerhalb der Brennweite liegt, so entsteht auf der Seite des Gegenstandes ein imaginäres, vergrößertes aufrechtes Bild AB.

Wird die Gegenstandsweite $Oa = e$ so groß genommen, daß das Bild in die deutliche Sehweite $OA = d$ fällt, so erscheint es besonders klar und scharf; wie groß diese Entfernung genommen werden muß, folgt aus $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$, worin für $a \ldots e$ (Entfernung) und für $\alpha \ldots -d$ einzusetzen ist; es ist $\frac{1}{e} = \frac{1}{p} + \frac{1}{d}$.

Die lineare Vergrößerung v eines Mikroskopes ist das Verhältnis der scheinbaren Größe des von der Linse in der deutlichen Sehweite erzeugten virtuellen Bildes und des ebenfalls in den Abstand des deutlichen Sehens versetzten Gegenstandes. Danach ist

$$v = \frac{AB}{ab} = \frac{d}{e} = d\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{d}\right) = \frac{d}{p} + 1, \text{ d. h.}$$

Die lineare Vergrößerung ist gleich dem um 1 vermehrten Quotienten aus der Brennweite der Linse in die deutliche Sehweite. Dieselbe ist also für einen Kurzsichtigen geringer als für einen Weitsichtigen und größer bei einer kleineren Brennweite der Linse;

die Brennweite darf aber nicht allzu klein genommen werden; denn je größer die Krümmung der Linse wird, desto größer wird auch die sphärische und chromatische Abweichung. Eine starke Vergrößerung entsteht daher auf Kosten der Deutlichkeit.

Soll eine stärkere Vergrößerung als mit einer Lupe erzielt werden, so benutzt man ein zusammengesetztes Mikroskop. Es besteht aus zwe Linsen: der Objektivlinse (p_1) und der Okularlinse (p_2); die lineare Vergrößerung beträgt: $v = \frac{p_1}{e - p_1}\left(\frac{d}{p_2} + 1\right)$. Das Quadrat der linearen Vergrößerung wird Flächenvergrößerung genannt.

1. Die Brennweite einer Lupe beträgt $5\,cm$; wie groß ist die lineare Vergrößerung für $d = 24\,cm$, $d = 10\,cm$, $d = 75\,cm$?

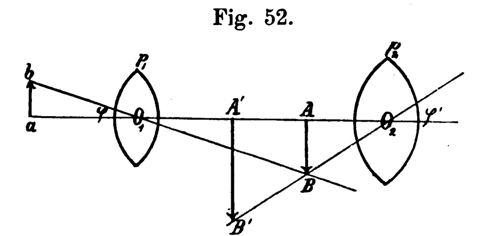
2. Bei einem einfachen Mikroskop ist $r_1 = 4\,cm$, $r_2 = 5\,cm$; wie groß ist die lineare Vergrößerung für $d = 25\,cm$, $d = 40\,cm$, $d = 12\,cm$?

26. Wie ist das astronomische oder Kepler'sche Fernrohr eingerichtet?

Zweck der Fernrohre ist: von Gegenständen, deren scheinbare Größe wegen eines zu großen Abstandes derselben vom Auge zu klein ist, um noch deutlich wahrgenommen zu werden, in der deutlichen Sehweite ein Bild zu entwerfen, das unter einem größeren Gesichtswinkel erscheint.

Das astronomische Fernrohr (Kepler 1611) besteht aus dem Objektive O_1 (Fig. 52), einer achromatischen Konvexlinse von großer Brennweite p_1 und dem Okulare O_2 von kurzer Brennweite p_2, welches in einer solchen Entfernung hinter dem ersten angebracht ist, daß das Bild AB, welches das Objektiv von einem in der Entfernung $O_1 a = e$ befindlichen Gegenstande ab erzeugt, noch innerhalb der Brennweite von O_2 zu liegen kommt. Das Okular soll das Bild stets in die deutliche Sehweite $A' O_2 = d$ versetzen; zu diesem Zwecke ist es gegen das Objektiv verstellbar.

Fig. 52.



Die lineare Vergrößerung v eines Fernrohres wird durch den Quotienten gemessen, welchen man erhält, wenn man den Gesichtswinkel, unter dem der Gegenstand mit Hilfe des Fernrohres gesehen

wird, durch den Winkel dividiert, unter welchem man den Gegenstand ohne Fernrohr sieht.

Aber wegen der großen Entfernung des Gegenstandes vom Auge dürfen wir annehmen, daß der Gesichtswinkel des Gegenstandes vom Auge (in O_2 gedacht) aus gerechnet gleich ist dem, unter welchem der Gegenstand von der Mitte des Objektivs, d. i. von O_1 aus erscheint.

Danach ist $v = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{tg\varphi'}{tg\varphi}$, was wegen der Kleinheit der Winkel erlaubt ist; nun ist

$$tg\varphi' = \frac{AB}{AO_2} \text{ und } tg\varphi = \frac{AB}{AO_1}, \text{ mithin } v = \frac{AO_1}{AO_2}$$

und mit Berücksichtigung, daß

$$\frac{1}{AO_1} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{aO_1} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{e} = \frac{e - p_1}{e . p_1} \text{ und } \frac{1}{AO_2} = \frac{d + p_2}{d . p_2} \text{ ist,}$$

$$v = \frac{ep_1}{e - p_1}\left(\frac{1}{p_2} + \frac{1}{d}\right) = \frac{1}{1 - \frac{p_1}{e}}\left(\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_1}{d}\right).$$

Die Vergrößerung ist für Weitsichtige kleiner, für Kurzsichtige größer.

Die Länge des Fernrohres ist für Kurzsichtige kleiner als für Weitsichtige; es ist nämlich:

$$l = AO_1 + AO_2 = \frac{p_1}{1 - \frac{p_1}{e}} + \frac{p_2}{1 + \frac{p_2}{d}}.$$

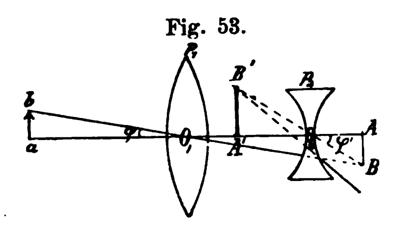
Anmerkung. Weil man durch das astronomische Fernrohr die Gegenstände verkehrt erblickt, so ist es zur Betrachtung irdischer Gegenstände nicht geeignet. Dieser Übelstand wird beim terrestrischen Fernrohr (de Rheita 1665) dadurch beseitigt, daß man zwischen dem Objektiv und Okular eine Umkehrungslinse anbringt. Dadurch wird die Länge des Rohres größer.

27. Wie ist das Holländische oder Galilei'sche Fernrohr eingerichtet?

Das holländische oder Galilei'sche Fernrohr (Galilei 1609) besteht aus einer bikonvexen Linse O_1 von großer Brennweite p_1 als Objektiv und einer bikonkaven Linse O_2 von kleinerer Brennweite p_2 als Okular. Durch das konvexe Objektiv würde von einem

entfernten Gegenstande *ab* (Fig. 53) ein umgekehrtes, reelles, verkleinertes Bild in der Nähe des Brennpunktes entstehen. Das konkave Okular hat aber eine solche Stellung, daß die Strahlen vor der Vereinigung auf dasselbe fallen; die Entfernung des Okulars von AB ist etwas größer als p_2; es werden hiedurch die konvergenten Strahlen divergent gemacht, wodurch für das Auge das Bild abermals umgekehrt und daher aufrecht, außerdem aber vergrößert erscheint.

Fig. 53.



Die Vergrößerung ist gegeben durch

$$v = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{tg\varphi'}{tg\varphi} = \frac{AB}{AO_2} \cdot \frac{AO_1}{AB} = \frac{AO_1}{AO_2}.$$

Für den Durchgang der Strahlen *a*) durch die Objektivlinse gilt aber die Gleichung $\frac{1}{O_1A} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{e} = \frac{e-p_1}{ep_1}$,

b) durch die Okularlinse:

$$-\frac{1}{d} = -\frac{1}{p_2} + \frac{1}{a}, \text{ also } \frac{1}{AO_2} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{d}.$$

Danach ist die Vergrößerung

$$v = \frac{ep_1}{e-p_1}\left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{d}\right) = \frac{1}{1-\frac{p_1}{e}}\left(\frac{p_1}{p_2} - \frac{p_1}{d}\right)$$

und die Länge des Rohres

$$O_1A - O_2A = \frac{ep_1}{e-p_1} - \frac{dp_2}{d-p_2} = \frac{p_1}{1-\frac{p_1}{e}} - \frac{p_2}{1-\frac{p_2}{d}}.$$

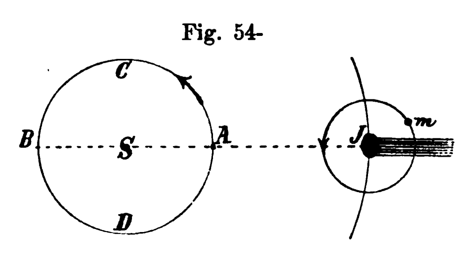
Da bei diesem Fernrohre die Strahlen von dem Okulare aus sofort divergieren, so ist das Gesichtsfeld immer nur sehr klein; es wird bei der Annahme, daß das Auge unmittelbar am Okulare ist, durch die Öffnung eines Kegels gemessen, dessen Spitze die Mitte des Objektivs und dessen Basis die Pupille des Auges ist.

28. Wie ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes bestimmt worden?

Das Licht verbreitet sich nicht momentan, sondern bedarf zur Zurücklegung eines jeden Weges auch einer gewissen, wenn auch nur kurzen Zeit; in einer Sekunde legt das Licht einen Weg von 300.400 *km* zurück. Diese Geschwindigkeit des Lichtes hat der dänische Astronom Römer 1675 (zu Paris) durch Beobachtung

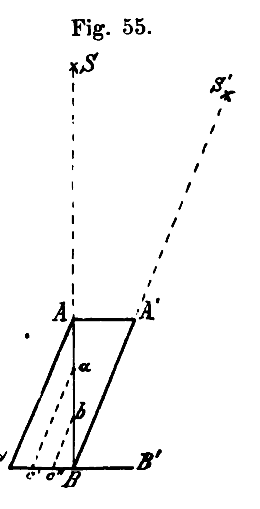
gefunden, daß der Austritt des ersten der 4 Jupitertrabanten bei größerer Entfernung der Erde vom Jupiter später, bei kleinerer Entfernung aber früher erfolgt, als es nach der Berechnung sein sollte. Beobachtet man, während die Erde in A (Fig. 54), der Jupiter in I ist, zwei aufeinanderfolgende Austritte des dem Jupiter zunächst stehenden Trabanten m, so findet man die dazwischenliegende Zeit $= 42^h\,28'\,35''$ ($4.7'$, $5.7''$, 6.7^h) und das ist dessen wahre Umlaufszeit. Berechnet man nun voraus, zu welcher Zeit die folgenden Austritte stattfinden müssen, und beobachtet dann etwa den 103. Austritt, bei welchem dann die Erde etwa in B steht, so findet man, daß derselbe 986 Sekunden später erfolgt, als es nach der Berechnung eintreten sollte. Diese Verspätung hat darin ihren Grund, daß das Licht mehr Zeit braucht, um die um den Durchmesser ($307{\cdot}14.10^6\ km$) der Erdbahn vergrößerte Entfernung zwischen Jupiter und Erde zu durchlaufen; danach ist $c = \frac{307{\cdot}14.10^6}{986}\ km. = 312\,000\ km.$

Fig. 54.



b) Dieses Resultat einer endlichen Geschwindigkeit des Lichtes erhielt 50 Jahre später eine sehr richtige Bestätigung durch die von Bradley (spr. Bräddli) beobachtete Aberration des Lichtes. Man versteht darunter die Tatsache, daß die Fixsterne alljährlich kleine Ellipsen am Himmelsgewölbe zu beschreiben scheinen, deren größere Achse bei allen gleich ($= 40{\cdot}5''$), deren kleinere Achse aber je nach der Neigung der Sterne gegen die Ebene der Erdbahn verschieden ist.

Fig. 55.



Will ein in B (Fig. 55) ruhender Beobachter das von S ausgehende Licht stets in der Achse seines Fernrohres haben, so hat er dasselbe in die Richtung AB zu stellen. Bewegt sich aber der Beobachter mit einer solchen Geschwindigkeit, daß er während der Zeit, als das Licht den Weg AB zurücklegt, nach B' gelangt, also an die Stelle des Punktes B der Punkt C kommt, so gibt AC die Richtung des Lichtes, in welcher es

durch das Fernrohr gegangen ist; denn wie das Licht nach a $\left(Aa=\frac{AB}{3}\right)$, nach b $\left(AB=\frac{2}{3}AB\right)$ kommt, befindet sich der Beobachter in c', in c'', wobei $Cc'=c'c''=\frac{CB}{3}$ ist.

Auf den nach B ankommenden Beobachter wirkt die doppelte Bewegung gerade so, als wäre der Beobachter in Ruhe und $A'B$ die Richtung des Lichtes. Um letzteres stets in der Achse des Fernrohres zu behalten, hat man dieselbe in die Richtung $A'B$ zu bringen.

Da wir ferner einen leuchtenden Punkt immer in der Richtung wahrnehmen, aus welcher das Licht in unser Auge zu kommen scheint, so erscheint der Stern S in S'. Mit der fortwährenden Änderung in der Richtung der Erde um die Sonne ist auch eine stete Änderung in der Lage von S' verbunden. Den Winkel, den die wahre Richtung des Lichtes SB mit der scheinbaren $S'B$ bildet, nennt man Aberrationswinkel; er ist bestimmt durch das Verhältnis der Erdgeschwindigkeit in ihrer Bahn BC $\left(\frac{307 \cdot 14.10^6\,\pi}{365 \cdot 2564.24.60.60}=30 \cdot 575\ km\right)$ und der Geschwindigkeit des Lichtes AB; es ist $BC=AB tg\alpha$; daher $AB=\frac{BC}{tg\alpha}$, worin $\alpha=20 \cdot 49''$ beträgt.

c) Die endliche Geschwindigkeit des Lichtes wurde auch aus terrestrischen Beobachtungen konstatiert von Fizeau 1849, von Foucault 1862 und von Cornu 1873. Fizeau ließ durch einen schief in einem Fernrohre befestigten Spiegel ein seitlich einfallendes Lichtbündel in die Achse des Fernrohres reflektieren, wo dasselbe durch die Lücke eines Zahnrades herausging, sich zu einem 8633 m entfernten Fernrohre fortpflanzte und von einem Spiegel in demselben reflektiert, wieder durch die Zahnlücke zurückkehrte und in das am hinteren Ende des ersten Rohres befindliche Auge gelangte. Das Auge erblickte so den Lichtpunkt, von dem das Strahlenbündel ausging; dasselbe fand statt, wenn man das Rad langsam drehte, weil der Strahl eher zurück war, als ein Zahn an die Stelle der Lücke gelangte; drehte man aber das Rad nach und nach rascher und zwar so rasch, daß die Zeit eines Hin- und Herganges genau der Zeit gleich war, in welcher ein Zahn an die Stelle der vorausgehenden Lücke trat, so mußte der Lichtpunkt ohne Unterbrechung verschwinden. Dies geschah durch ein Rad mit 720 Zähnen und 720 Lücken bei 12·6 Umdrehungen in einer Sekunde; während der Zeit $\frac{1}{1440.12 \cdot 6}$

Sekunden hat das Licht den Weg 2.8633 *m* zurückgelegt; danach ist $c = 2.8633 . 1440 . 12{\cdot}6\,m. = 313\,000\,km.$

Aus diesen Versuchen hat sich ergeben, daß das Licht der irdischen Lichtquellen sich mit derselben Geschwindigkeit, wie das der Himmelskörper fortpflanzt und daß diese Geschwindigkeit für alle Lichtstrahlen gleich ist.

Anmerkung. Um für die sehr großen Entfernungen im Weltenraume kleinere Zahlen zu erhalten, rechnet man nach Lichtjahren. Unter einem Lichtjahre versteht man den Weg, welchen das Licht in einem Jahre zurücklegt. Die Entfernung des Sirius von der Erde beträgt 17 Lichtjahre.

29. Was versteht man unter der Doppelbrechung des Lichtes?

Unter der doppelten Brechung versteht man die Eigenschaft vieler durchsichtiger Körper, einen eindringenden Lichtstrahl in zwei Strahlen zu zerlegen und beide Strahlen von der ursprünglichen Richtung abzulenken. Diese Eigenschaft zeigen die Kristalle des quadratischen, des hexagonalen, des rhombischen, des mono- und triklinischen Systems sowie gepreßte und ungleichmäßig erwärmte und abgekühlte Gläser.

Bei sämtlichen doppelt brechenden Kristallen gibt es auch Richtungen, in denen nur eine einfache Brechung stattfindet; man nennt diese Richtungen optische Achsen; die Kristalle des quadratischen und hexagonalen Systems sind optisch einachsig, haben nur eine optische Achse, welche mit der kristallographischen Achse zusammenfällt (Turmalin, Kalkspat, Bergkristall). Die Kristalle des rhombischen, des mono- und triklinischen Systems dagegen sind optisch zweiachsig; diese zwei Achsen haben die verschiedenste Neigung gegeneinander (Salpeter, Aragonit, Borax, Gips). Eine genaue Betrachtung des Ganges der beiden Strahlen lehrt, daß einer derselben die gewöhnlichen Brechungsgesetze befolgt, daß nämlich der Brechungsquotient konstant bleibt, wie auch der Strahl durch den Kristall hindurchgehen mag, und daß der gebrochene Strahl in der durch das Einfallslot und den einfallenden Strahl bestimmten Ebene liegt, während der andere Strahl diese Brechungsgesetze nicht befolgt. Der Strahl, welcher das Gesetz der einfachen Brechung befolgt, heißt der ordinäre, der andere der extraordinäre. Der ordinäre Strahl kann stärker oder schwächer gebrochen werden als der extraordinäre. Danach unterscheidet man negative oder positive Kristalle.

Legt man ein Kalkspatrhomboeder auf ein Blatt Papier, auf dem eine Gerade gezeichnet ist, und hält das Auge vertikal über dieselbe, so fällt das eine Bild auf die Linie selbst, das andere rechts oder links davon; das erste behält beim Drehen des Kristalls seine Lage, das letztere fällt bald auf die eine, bald auf die andere Seite von jenem oder fällt mit ihm zusammen.

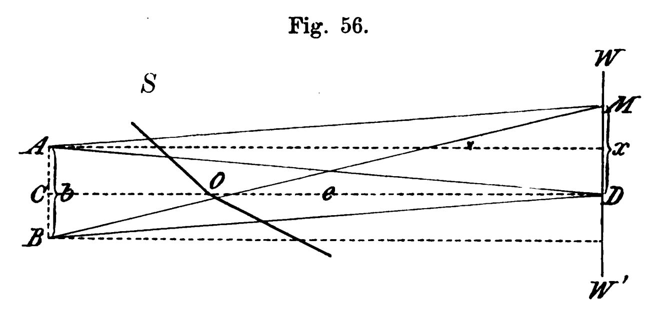
Die einfache und doppelte Brechung erklärt man sich folgendermaßen:

In amorphen Substanzen wie Luft, Wasser, Glas, ferner in den Kristallen des regulären Systems ist die Konstitution der Materie und damit auch die Anordnung des Äthers nach allen Richtungen hin dieselbe; in den Kristallen der übrigen Systeme ist sowohl die Materie als auch die Elastizität des Äthers nach verschiedenen Richtungen verschieden. Zufolge dieses Umstandes muß auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und damit das Brechungsverhältnis mit der Richtung verschieden sein.

30. Welche Erscheinungen sprechen für die Undulationstheorie des Lichtes?

Fällt das von einer sehr engen Spalte kommende homogene Licht auf zwei unter einem sehr stumpfen Winkel (beinahe 180°) gegeneinander geneigte Spiegel (Fresnel'sche Spiegel 1822), so ist das Bild, welches die reflektierten Strahlen auf einem Schirme

Fig. 56.



entwerfen, von abwechselnd dunklen und hellen Linien durchzogen. Waren die von der Spalte kommenden Strahlen nicht homogen, so sind auch diese Linien verschieden gefärbt.

Diese Erscheinung läßt sich durch die Annahme, daß das Licht ein Stoff sei (Newtons Emissionstheorie 1669), dessen Teilchen von den leuchtenden Körpern mit der enormen Geschwindigkeit von 312000 *km* fortgeschleudert werden, nicht erklären; dagegen ergibt sich diese Erscheinung aus der Annahme, daß das Licht eine Wellenbewegung ist, die sich im

Äther mit jener Geschwindigkeit durch Schwingungen von Teilchen zu Teilchen fortpflanzt (Undulationstheorie von Young 1880, Fresnel 1815), als notwendige Folgerung, nämlich als Interferenz-Erscheinung.

Das von der Spalte S kommende Licht wird von den zwei Spiegeln so reflektiert, als kämen die Strahlen von den Punkten A und B (Fig. 56). (Die Durchschnittslinie der Spiegelebenen ist zur Spalte parallel.)

Ist $AC = BC = \frac{b}{2}$ und $CD \perp AB$, so haben die im Punkte D des Schirmes WW' ($\perp CD$) zusammentreffenden Strahlen von den Lichtpunkten A und B aus gleiche Wege zurückgelegt, sie befinden sich in demselben Schwingungszustande und verstärken sich.

Das Resultat der Interferenz für einen andern Punkt M ist vom Gangunterschiede d der hier zusammentreffenden Strahlen abhängig.

$$\text{Es ist } \left.\begin{aligned} BM^2 &= e^2 + \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 \\ AM^2 &= e^2 + \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \text{ subtr.}$$

$(BM + AM)\ (BM - AM) = 2\,bx$. Da b und x im Verhältnisse zu e sehr klein ist, so kann man $BM + AM = 2e$ setzen; es ist also der Gangunterschied $d = \frac{bx}{e}$. An den Stellen, für welche $\frac{bx}{e} = o$, λ, $2\lambda \ldots . n\lambda$, also der Abstand x des Punktes M von dem mittleren hellsten Streifen $= o$, $\frac{e\lambda}{b}$, $\frac{2e\lambda}{b}$, $\ldots \frac{ne\lambda}{b}$ ist, verstärken sich die beiden Strahlen; die hellen Streifen haben voneinander den Abstand $\frac{e\lambda}{b}$.

An den Stellen, für welche der Gangunterschied $\frac{bx}{e} = \frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{2}$, also $x = \frac{e\lambda}{2b}$, $\frac{3e\lambda}{2b}$, $\frac{5e\lambda}{2b}$ ist, heben sich die beiden Schwingungen auf; an diesen Stellen entstehen dunkle Bilder der Lichtspalte. Der Abstand der dunklen Streifen beträgt auch $\frac{e\lambda}{b}$.

Nach den Versuchen haben die roten Streifen einen größeren Abstand als die violetten; es ist also $\lambda_r > \lambda_v$ und da $n_r\,\lambda_r = n_v\,\lambda_v = c$ (Lichtgeschwindigkeit) ist, so ist $n_r < n_v$, d. h. das rote Licht entsteht durch eine kleinere Anzahl von Schwingungen als das

violette. Die Farbe eines jeden einfachen Lichtstrahles ist durch die Anzahl der Schwingungen bedingt. Das rote Licht entspricht einem tiefen Ton, das violette einem hohen Ton.

Da danach die hellen Streifen für verschiedene Farben an verschiedene Stellen fallen, so sieht man leicht ein, daß im zusammengesetzten weißen Lichte die hellen Streifen der verschiedenen Strahlengattungen zum Teile nebeneinander zu liegen kommen, zum Teile ineinander greifen und sich vermischen müssen, weshalb die dunklen Zwischenräume hier gänzlich fehlen.

Die Interferenzstreifen bieten das erste Mittel, die Wellenlängen und Schwingungszahlen der verschiedenen homogenen Lichtfarben zu berechnen. Wird nämlich die Entfernung (a) zweier roten Streifen $\frac{e\lambda_r}{b}$ und außerdem e und b gemessen, so erhält man $\frac{e\lambda_r}{b} = a$, also $\lambda_r = \frac{ab}{e}$ und ebenso $\lambda_v = \frac{a'b}{e}$.

Auf diese Art fand man $\lambda_r = 0{\cdot}00067\,mm$ und $\lambda_v = 0{\cdot}00041\,mm$. Daraus ergibt sich wieder: $n_r = \frac{c}{\lambda_r} = 448$ Billionen und für

$$n_v = \frac{c}{\lambda_v} = 732 \text{ Billionen.}$$

Auf der Interferenz des Lichtes beruhen A) die Farben, welche man an dünnen, durchsichtigen Körpern, z. B. an Glimmerblättchen, Seifenblasen, Oxydschichten von Metallen, an dünnen schimmernden Ölschichten im durchgelassenen sowohl als im reflektierten Lichte beobachtet und B) die sogenannten Newton'schen Farbenringe.

Den Interferenzerscheinungen schließen sich die Beugungserscheinungen an. Unter der Beugung des Lichtes versteht man die Erscheinung, daß sich das Licht auch hinter den Rand eines undurchsichtigen Körpers fortpflanzt. Diese der geradlinigen Fortpflanzung scheinbar widersprechende Erscheinung erklärt sich daraus, daß das Licht eine Wellenbewegung ist und daß von den Ätherteilchen in der Nähe des Randes oder zwischen den zwei Rändern einer schmalen Spalte Elementarwellen ausgehen, die auch hinter die Ränder fortschreiten.

31. Das Licht wird durch transversale Schwingungen des Äthers fortgepflanzt; welche Erscheinungen sprechen dafür?

Für die transversalen Schwingungen des Äthers sprechen vorzugsweise die Polarisationserscheinungen. Ein direkt von einem leuchtenden Körper ausgehender Lichtstrahl wird von einem an der Rückwand geschwärzten Glasspiegel stets reflektiert; läßt man den reflektierten Strahl von einem zweiten solchen Spiegel reflektieren und dreht

diesen so, daß der auffallende Strahl immer denselben Winkel mit ihm bildet, so wird der Strahl nicht in allen Lagen des zweiten Spiegels gleich gut zurückgeworfen, sondern am besten, wenn der zweite Spiegel zum ersten parallel ist oder aus der parallelen Lage um 180^0 gedreht worden ist, am schlechtesten, wenn sich die beiden Spiegel in gekreuzter Stellung befinden. Durch die Reflexion vom ersten Spiegel hat demnach das Licht eine Veränderung erlitten. Diese Veränderung heißt Polarisation und das so veränderte Licht polarisiertes Licht. Der erste Spiegel heißt Polariseur, der zweite Analyseur. Ein Lichtstrahl heißt vollständig polarisiert, wenn er in der gekreuzten Stellung der Spiegel nicht reflektiert wird.

Um vollständig polarisiertes Licht durch Reflexion zu erhalten, muß der Einfallswinkel für jede Substanz einen ganz bestimmten Wert haben. Der Strahl muß nämlich so auffallen, daß der reflektierte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht (Brewster spr. Bruhster 1815). Dieser Einfallswinkel (α) wird Polarisationswinkel genannt. Man findet ihn aus der Gleichung: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$; da aber $\sin \beta = \cos \alpha$ ist, so ist $tg\, \alpha = n$.

Aus den Polarisationserscheinungen kann man mit der größten Gewißheit den Schluß ziehen, daß die Ätherteilchen bei einem polarisierten Lichtstrahle nicht in der Richtung des Strahles selbst schwingen können; denn wenn dies stattfände, wäre kein Grund vorhanden, warum ein solcher Strahl bald reflektiert werden sollte und bald nicht, indem er doch unter demselben Winkel auf den zweiten Spiegel auffällt, die Bedingungen also bei jeder Lage desselben genau dieselben wären. Anders wird die Sache bei der Annahme, daß die Ätherteilchen ihre Schwingungen senkrecht zur Richtung des Strahles vollziehen. Wird aber vorausgesetzt, daß die Schwingungen nach allen Richtungen, welche auf dem Strahle senkrecht stehen, vor sich gehen, so sind wiederum die Bedingungen, unter denen ein polarisierter Strahl gegen den Analyseur trifft, bei allen Lagen dieselben und es wäre nicht klar, warum der Strahl bald reflektiert werden sollte und bald nicht. Man ist demnach genötigt, anzunehmen, daß bei einem polarisierten Lichtstrahle die Ätherteilchen senkrecht zur Richtung des Strahles, aber stets in einer Ebene, „der Schwingungsebene“, schwingen. Die durch den Lichtstrahl gelegte, auf der Schwingungsebene senkrechte Ebene heißt Polarisationsebene; letztere fällt (nach Fresnel) mit der Reflexionsebene des Polariseurs zusammen. Je nachdem die Bahnen

der Ätherteilchen bei ihrer Oszillation gerade Linien, Ellipsen oder Kreise sind, unterscheidet man geradlinig, elliptisch und zirkular-polarisiertes Licht.

Wenn nun ein polarisierter Lichtstrahl keine Längsschwingungen enthält, so ist es höchst wahrscheinlich, daß auch ein natürlicher Lichtstrahl, wie er unmittelbar von einer Lichtquelle geliefert wird, nur aus Querschwingungen besteht. Weil aber ein gewöhnlicher Strahl unter allen Umständen von einem Spiegel reflektiert wird, so müssen die Ätherteilchen bei einem gewöhnlichen Lichtstrahle in jeder beliebigen durch den Strahl gelegten Ebene vor sich gehen.

32. Wodurch erhält man polarisiertes Licht?

Polarisiertes Licht erhält man:

1. Durch Reflexion. Jedes von spiegelnden Flächen (mit Ausnahme von Metallflächen) reflektierte Licht ist teilweise polarisiert. Jeder Körper hat seinen Polarisationswinkel; es ist derjenige Winkel, bei welchem der reflektierte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht. (Brewster spr. Bruhster 1815).

Dies ist am Nörrenberg'schen Polarisationsapparate zu sehen. Als Polariseur dient eine durchsichtige Spiegelplatte, welche um eine horizontale Achse drehbar ist; das von oben her kommende Licht wird zunächst nach unten und dort durch einen im Fußgestelle eingelassenen belegten Spiegel nach aufwärts reflektiert, so daß es durch die Spiegelplatte zu dem als Analyseur dienenden schwarzen Spiegel gelangen kann.

2. Durch einfache Brechung. Legt man 8—10 Glastafeln aufeinander, so polarisiert dieses System von Glastafeln fast so gut wie ein Spiegel. Die Polarisationsebene des durch Brechung polarisierten Lichtes steht senkrecht auf der durch Reflexion polarisierten.

3. Durch die doppelte Brechung. Die doppelt brechenden Körper zerlegen das Licht in zwei entgegengesetzt polarisierte Strahlen.

Soll dabei nur einer der beiden Strahlen austreten, so muß der andere beseitigt werden. Dies geschieht beim Nicol'schen Prisma durch totale Reflexion und bei der Turmalinzange durch die Absorption des einen Strahles.

Das Nicol'sche Prisma (1841) besteht aus zwei durch Kanadabalsam aneinander gekitteten Doppelspatprismen. Der eintretende Lichtstrahl wird doppelt gebrochen. Der außerordentliche Strahl tritt parallel zu seiner ursprünglichen Richtung aus; der ordentliche Strahl fällt unter einem großen Winkel auf die Grenze der Balsamschichte

und wird total reflektiert, so daß er in der Fassung des Prismas verschwindet.

Schleift man Turmalin parallel mit seiner Achse zu einer Platte und leitet auf diese einen gewöhnlichen Lichtstrahl, so wird dieser in zwei entgegengesetzt polarisierte Strahlen zerlegt. Der ordentliche Strahl wird absorbiert und der außerordentliche, dessen Schwingungen zur Achse des Turmalins parallel sind, durchgelassen.

Bringt man hinter die erste Platte eine zweite, so erhält man einen sehr einfachen Polarisationsapparat; sind die Achsen beider Platten parallel, so ist das Gesichtsfeld hell, dagegen dunkel, wenn die Achsen einen rechten Winkel bilden.

Die Polarisationsapparate benutzt man auch zur Untersuchung des Verhaltens durchsichtiger Körper im polarisierten Lichte.

Bringt man eine senkrecht zur optischen Achse geschliffene Platte eines doppelt brechenden einachsigen Kristalles zwischen zwei Turmalinplatten, so sieht man ein System farbiger Ringe, welche von einem weißen (schwarzen) Kreuze durchschnitten sind, wenn die Achsen der Turmalinplatten parallel (aufeinander senkrecht) sind. Die Farben der beiden Ringsysteme sind zueinander komplementär. Diese Erscheinungen lassen sich aus der Interferenz der die Kristallblättchen durchlaufenden ordinären und extraordinären Strahlen erklären.

33. Wie erklärt man die verschiedenen optischen Erscheinungen in der Atmosphäre?

Die optischen Erscheinungen der Atmosphäre sind:

a) Die allgemeine Tageshelle, *b*) die Dämmerung, *c*) das Blau des Himmels, *d*) die Morgen- und Abendröte, *e*) die atmosphärische Strahlenbrechung, *f*) die Luftspiegelung, *g*) das Funkeln der Sterne, *h*) der Regenbogen, *i*) die Sonnen- und Mondhöfe.

a) Die allgemeine Tageshelle ist eine Folge der unregelmäßigen Reflexion des Lichtes. Die Zerstreuung, welche die Sonnenstrahlen durch die Gegenstände der Erdoberfläche und durch die Luftteilchen erleiden, bewirkt, daß es am Tage auch da hell ist, wo die Sonnenstrahlen nicht unmittelbar hingelangen können.

b) Den allmählichen Übergang vom Dunkel der Nacht zur Tageshelle und umgekehrt nennen wir Dämmerung. Sie entsteht dadurch, daß die Sonne, bevor sie über den Horizont kommt, die Luft und die in ihr befindlichen Wasserdünste erleuchtet und diese das empfangene Licht zu uns reflektieren. Die astronomische

Morgendämmerung hat ihre Grenze in dem Zeitpunkte, wo die kleinsten mit bloßem Auge sichtbaren Sterne eben am Verschwinden sind; sie tritt ein, wenn die Sonne 18° unter dem Horizonte steht. Die bürgerliche Dämmerung (wo das Lesen im Freien möglich ist) tritt ein, wenn die Sonne sich 6° unter dem Horizonte befindet.

Daraus, daß die Dämmerung durch eine Tiefe der Sonne von 18° begrenzt ist, hat man berechnet, daß in einer Höhe von 80 *km* die Atmosphäre entweder ganz aufhört oder wegen zu starker Verdünnung nur unmerkliches Licht reflektiert.

Die Dämmerung nimmt mit der geographischen Breite zu.

c) Das Himmelblau erklärt man als Interferenzfarbe des von den kleinen durchsichtigen Wasserteilchen (die entweder in Form unendlich kleiner Tröpfchen oder in Form sehr kleiner Bläschen in der Luft schweben) reflektierten Lichtes.

Die von der Hinterwand eines Wasserteilchens reflektierte Lichtwelle weicht von der an der Vorderwand reflektierten um eine halbe Wellenlänge und um die doppelte Dicke des Teilchens ab. Da die blauen Strahlen die kleinsten Wellen haben, so kann diese Summe bei zunehmender Dicke der Teilchen zuerst für die blauen Strahlen eine ganze Wellenlänge ausmachen, wodurch diese Strahlen verstärkt werden. Sind außer diesen dünnwandigen Bläschen auch noch dickwandige vorhanden, so mischen sich die verschiedenen Interferenzfarben zu grau. Der Himmel zeigt uns das reinste Blau nach einem Regen, da die Wasserdämpfe aus der Luft verschwunden sind.

d) Die Morgen- und Abendröte erklärt man als Interferenzfarbe des von den durchsichtigen Wasserteilchen durchgelassenen Lichtes. Die Größe und Menge der Dunstbläschen darf nicht über eine gewisse Grenze hinausgehen.

Der aus einer Lokomotive ausströmende Dampf ist unmittelbar über dem Ventile vollkommen durchsichtig; in einiger Höhe darüber erscheint er, wenn die Sonne hindurchscheint, orangerot, in noch größerer Entfernung bildet er undurchsichtige Wolken.

e) Unter der atmosphärischen Strahlenbrechung (Biot 1836) versteht man die Richtungsveränderung, welche ein Lichtstrahl beim Durchgange durch Schichten der Atmosphäre von verschiedener Dichte erleidet.

Weil die Lichtstrahlen der Himmelskörper bei ihrem Gange nach der Erde aus einem stark verdünnten Raume in immer dichtere Luftschichten gelangen, so werden sie ständig zum Einfallslot gebrochen, weshalb die Himmelskörper namentlich beim Auf- und Untergange höher zu stehen scheinen, als es der Wirklichkeit entspricht. Beim Auf- und Untergange der Sonne beträgt die Strahlenbrechung 35′.

f) Luftspiegelung nennt man die Erscheinung, daß von Gegenständen unterhalb oder oberhalb derselben ein umgekehrtes Bild sich zeigt.

Unmittelbar über der Oberfläche der nördlichen Meere ist die Dichte der Luft sehr groß, nimmt aber nach oben hin rasch ab. Es ist daher möglich, daß Lichtstrahlen, welche von einem Gegenstande (G) auf dem Meere in höhere Luftschichten gelangen und dabei immer mehr vom Einfallslote gebrochen werden, schließlich so schief auf die nächst obere Luftschichte treffen, daß sie total reflektiert werden; sie nehmen nun ihren Weg abwärts und gelangen in das Auge eines Beobachters auf der Meeresfläche, welcher in einiger Höhe über dem Meeresspiegel ein verkehrtes Bild des Gegenstandes G erblickt.

In tropischen Gegenden kann es wieder vorkommen, daß die Luftschichten bis zu einer gewissen Höhe an Dichte zunehmen. Befindet sich ein Gegenstand innerhalb der mit der Höhe an Dichte zunehmenden Luftschichten, so werden die von jenem Gegenstande in schiefer Richtung nach unten gehenden Lichtstrahlen vom Lote gebrochen. Haben die Lichtstrahlen eine fast wagrechte Richtung, so werden sie von der nächst unteren Luftschichte total reflektiert und treten so ins Auge, als kämen sie vom Spiegelbilde des Gegenstandes.

g) Das Funkeln oder Szintillieren der Sterne ist eine Folge der beständig wechselnden Strömungen kälterer und wärmerer Luftschichten. Das von einem Fixstern (Punkt) ausgehende Licht erleidet kleine Ablenkungen und der Fixstern scheint zu zittern. Die Planeten zeigen dieses Funkeln nicht, weil sie ganze Strahlenbündel aussenden und als Scheiben erscheinen.

h) Der Regenbogen ist ein die Farben des Sonnenspektrums enthaltender Kreisbogen, den man erblickt, wenn man die Sonne im Rücken und vor sich eine Regenwolke hat. Der Mittelpunkt des Bogens liegt in der von dem Mittelpunkte der Sonne durch das Auge des Beobachters gezogenen Geraden; sein unterer Rand ist violett, der obere Rand ist rot. Über dem Hauptregenbogen befindet sich manchmal noch ein Nebenregenbogen, dessen Farben in umgekehrter Ordnung liegen.

Der Regenbogen entsteht dadurch, daß die auf die oberen Teile der Regentropfen fallenden Sonnenstrahlen beim Eingang zum Einfallslote gebrochen, an der Rückwand reflektiert, beim Austritt zum Teil ein zweites mal reflektiert und zum Teile vom Einfallslote gebrochen werden. Mit jeder Brechung ist Farbenzerstreuung verbunden

und so entsteht in jedem Tropfen ein Farbenbild, in welchem Violett oben, Rot unten liegt. Da aber diese farbigen Lichtstrahlen nicht parallel austreten, so sendet jeder Tropfen dem Auge nur eine Farbe zu, und zwar empfängt das Auge von den oberen Tropfen rotes, von den unteren violettes Licht.

Der Nebenregenbogen entsteht durch zweimalige Brechung und zweimalige totale Reflexion der unten in den Regentropfen eintretenden Sonnenstrahlen; dadurch erklärt sich sowohl die geringere Intensität als auch die entgegengesetzte Ordnung der Farben.

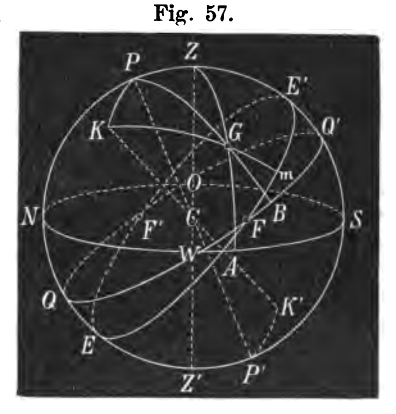
i) Die Höfe sind helle, oft farbige Ringe um die Sonne und was häufiger vorkommt, um den Mond. Sie treten nur bei starker Trübung der Luft oder in einer dünnen vor dem Monde oder vor der Sonne stehenden Wolke auf und rühren von der Beugung des Lichtes an den Nebelteilchen her. Je kleiner diese sind, desto größer sind die Ringe; sehr kleine Ringe deuten auf größere Nebelteilchen, also auf schlechtes Wetter.

VIII. Astronomie.

1. Wodurch ist die Lage eines Sternes bestimmt?

Der Ort eines Sternes kann auf drei verschiedene Systeme von senkrecht aufeinander stehenden größten Kreisen auf der Himmelskugel bezogen werden: 1) auf den Horizont $NWSO$ (Fig. 57) und die durch seine Pole (das Zenit Z und Nadir Z') gezogenen Höhenkreise; 2. auf den Äquator QQ' und die durch seine Pole (den Nordpol P und Südpol P') gehenden Deklinationskreise; 3. auf die Ekliptik EE' und die durch ihre Pole K und K' gelegten Längenkreise.

Fig. 57.



Der durch die Pole P und P' gelegte Höhenkreis ist der Meridian des Beobachtungsortes C. Die Endpunkte der Durchschnittslinie des Horizontes mit dem Mittagskreise sind der Nordpunkt N und der Südpunkt S, des Horizontes mit dem Äquator der Ostpunkt O und der Westpunkt W.

1. Die Horizontalkoordinaten des Sternes G sind: das Azimut $\widehat{SA} = \omega$ und die Höhe $\widehat{AG} = h$.

Die Azimute werden vom Südpunkte aus gegen Westen, also im Sinne der scheinbaren täglichen Bewegung der Sonne von 0^0 bis 360^0 gezählt; die Höhe des Sternes wird vom Horizont von 0^0 bis 90^0 gezählt und ist positiv oder negativ, je nachdem G über dem Horizonte oder unter demselben steht.

Um Azimut und Höhe zu beobachten, bedarf es des Theodolits, eines auf einem horizontalen und vertikalen geteilten Kreise drehbaren Fernrohres. Azimut und Höhe verändern sich mit der Zeit.

Der Bogen $\widehat{GZ}$ heißt Zenitdistanz. Höhe und Zenitdistanz sind zueinander komplementär.

2. Die Äquatorialkoordinaten von G sind: die Rektaszension $\widehat{FB} = \alpha$ und die Deklination $\widehat{BG} = \delta$. Die Rektaszension wird vom Frühlingspunkte F (d. i. von einem Durchschnittspunkte des Äquators

mit der Ekliptikebene) aus in der Richtung von S nach O von 0° bis 360° gezählt; die Deklination δ wird von 0° bis 90° gezählt und ist positiv oder negativ je nachdem das Gestirn G auf der nördlichen oder südlichen Hemisphäre liegt. Durch die unveränderlichen Größen Rektaszension und Deklination ist die Lage eines Sternes vollkommen bestimmt.

Der Winkel $Q'PB$, welcher durch den Bogen $Q'B$ gemessen wird, heißt Stundenwinkel (s); er wird vom Meridian in der Richtung von S nach W von 0° bis 360° gezählt. Durch die Deklination und den Stundenwinkel ist die Lage eines Sternes ebenfalls vollkommen bestimmt.

Der Bogen PG heißt Poldistanz (p) und der Bogen PN Polhöhe. Deklination und Poldistanz ergänzen einander zu 90°. Die Polhöhe ist gleich der geographischen Breite des Beobachtungsortes.

3. Die Ekliptik-Koordinaten von G sind: die Länge $\widehat{Fm} = \lambda$ und die Breite $\widehat{mG} = \beta$.

Die Länge wird von F aus in der Richtung $S—O$ von 0° bis 360° gezählt; die Breite wird von der Ekliptik von 0° bis 90° gezählt und ist positiv oder negativ, je nachdem sich der Stern nördlich oder südlich von der Ekliptik befindet.

Die Ebene der Ekliptik ist unter dem Winkel $\varepsilon = 23^1/_2{}^0$ (genauer 23°27′10″) gegen die Ebene des Äquators geneigt; dieser Winkel wird Schiefe der Ekliptik genannt.

2. Wie werden die Fixsterne nach der Lage ihrer Bahnen eingeteilt?

Alle Sterne, deren Bahnen nördlich vom Himmelsäquator liegen, heißen Sterne der nördlichen, diejenigen, deren Bahnen südlich vom Äquator liegen, heißen Sterne der südlichen Hemisphäre. Diejenigen Sterne, welche an einem gewissen Standorte immer sichtbar sind, deren untere Kulmination auch noch über dem Horizont liegt, nennt man Zirkumpolarsterne für diesen Ort, wie dies z. B. bei den Sternen des großen Bären der Fall ist. Der tiefststehende Zirkumpolarstern ist derjenige, dessen untere Kulmination in den Nordpunkt des Horizontes fällt. Diejenigen Sterne, deren obere Kulmination höchstens bis zum Südpunkt des Horizontes reicht, sind südliche Zirkumpolarsterne; sie werden bei uns nicht gesehen. Zwischen den nördlichen und südlichen Zirkumpolarsternen befinden sich auch solche Sterne, die nicht auf der ganzen Erstreckung ihrer Bahn sichtbar sind; diese Serne nennt man Sterne der Äquatorialzone.

Den sichtbaren, über dem Horizonte liegenden Teil der Sternbahn nennt man Tagbogen, den unsichtbaren den Nachtbogen. Je nachdem die Bahn eines solchen Sternes nördlich oder südlich vom Äquator liegt, ist der Tagbogen größer oder kleiner als der Nachtbogen. Ist die Bahn eines Sternes der Äquator selbst, so ist der Tagbogen gleich dem Nachtbogen.

Am Nordpol der Erde ist der Polarstern im Zenit, die Weltachse steht auf dem Horizonte senkrecht und die Sternbahnen sind dem Horizonte parallel; alle Sterne der nördlichen Hemisphäre sind Zirkumpolarsterne und kein Stern der südlichen Hemisphäre ist sichtbar. Am Äquator fällt der Nordpol der Weltachse in den Nordpunkt und der Südpol in den Südpunkt des Horizontes; hier sind alle Sterne beider Hemisphären sichtbar; ihre Bahnen stehen auf dem Horizonte senkrecht und bei allen ist der Tagbogen gleich dem Nachtbogen. Kein Stern ist Zirkumpolarstern.

3. Was läßt sich über die scheinbare Bewegung der Sonne in Bezug auf Horizont und Äquator sagen?

Die Sonne geht am 21. März genau im Ostpunkte des Horizontes auf und im Westpunkte unter, sie durchläuft an diesem Tage den Himmelsäquator; an diesem Tage ist für die ganze Erde Tag und Nacht einander gleich; man nennt diese Zeit die Zeit des Frühlingsäquinoktiums. Von da an bis zum 21. Juni rückt sowohl der Auf- als der Untergangspunkt von Tag zu Tag weiter nach Norden. Die Entfernung des Auf- und Untergangspunktes beziehungsweise vom Ost- und Westpunkte nennt man nördliche Morgen- und nördliche Abendweite. Der größte Wert für beide, welcher am 21. Juni erreicht wird, beträgt für Mitteleuropa ungefähr 41° Während dieser Zeit vom 21. März bis 21. Juni wächst der Tagbogen ständig, während der Nachtbogen um ebensoviel abnimmt, die Tage werden immer länger und die Nächte kürzer. Der Aufgang der Sonne erfolgt früher und der Untergang später. Die Meridianhöhe der Sonne über dem Horizonte beträgt am 21. Juni um $23^1/_2{}^0$ mehr als die geographische Breite des Ortes.

Vom 21. Juni bis 23. September nimmt die Höhe der oberen Kulmination sowie die Größe der Morgen- uud Abendweite von Tag zu Tag ab, bis sich die Sonne am 23. September wieder im Äquator bewegt, genau im Ostpunkte des Horizontes auf- und im Westpunkte untergeht. Es ist die Zeit des Herbstäquinoktiums.

Im weiteren Verlaufe nimmt die Höhe der oberen Kulmination

bis 21. Dezember ab, sowohl der Auf- als der Untergangspunkt rückt von Tag zu Tag mehr nach dem Südpunkte hin, bis am 21. Dezember die südliche Morgen- und Abendweite zirka 41° beträgt; wir haben den kürzesten Tag. Vom 21. Dezember bis 21. März wird die südliche Morgen- und Abendweite von Tag zu Tag geringer und die Meridianhöhe größer, bis an letzterem Tage die oben geschilderten Verhältnisse eintreten.

Da sich vom 21. März bis zum 23. September, d. i. in 186 Tagen die Rektaszension der Sonne von 0° — 180°, in der Zeit vom 23. September bis zum 21. März, d. i. in 179 Tagen von 180° — 360°, also um dieselbe Größe ändert, so erfolgen die Änderungen der Rektaszension im Winter stärker als im Sommer. Es durchläuft also die Sonne den oberhalb des Äquators liegenden Halbkreisbogen der Ekliptik im Sommerhalbjahre langsamer, als sie den unterhalb des Äquators liegenden Bogen im Winterhalbjahre zurücklegt.

Die Sonne bewegt sich also im Laufe des Jahres in dem Äquator parallelen Kreisen; am 21. Juni liegt der Tageskreis der Sonne $23^1/_2{}^0$ nördlich und am 21. Dezember $23^1/_2{}^0$ südlich vom Äquator. Diese beiden Kreise nennt man die Wendekreise, und zwar den nördlichen Wendekreis des Krebses, den südlichen Wendekreis des Steinbocks.

Jeder zwischen den Wendekreisen liegende Tageskreis wird während eines Jahres zweimal von der Sonne durchlaufen. Streng genommen kann die Sonne nicht in den dem Äquator parallelen Kreisen gehen; sie muß vielmehr, indem sie allmählich in andere Parallelkreise übertritt, eine schraubenförmige Bewegung machen.

Zur Zeit der Sommer- und Wintersonnenwende ändert sich die Höhe der Sonne am wenigsten; die Tageslänge und die Morgen- und Abendweite bleibt annähernd dieselbe; man nennt deshalb auch die Zeit am 21. Juni und 21. Dezember das Sommer- beziehungsweise Wintersolstitium.

Anmerkung: Die Entstehnung der 4 Jahreszeiten wird durch die drei Tatsachen bedingt:

1. daß die Erde in einem Jahre in einer Ellipse um die Sonne sich bewegt, in deren einem Brennpunkte diese sich befindet;

2. daß hiebei die Richtung der Erdachse immer die gleiche ist und

3. daß die Erdachse mit der Erdbahnebene stets den Winkel von $66^1/_2{}^0$ bildet.

4. Wie wird die scheinbare Bewegung der Sonne in Bezug auf die Fixsterne zur Zeitmessung benutzt?

Die Sonne hat eine scheinbare tägliche Bewegung um die Erde von Osten nach Westen, welche von der Rotation der Erde herrührt, und eine scheinbare jährliche Bewegung von *W* nach *O*, die von der fortschreitenden Bewegung der Erde um die Sonne herrührt.

Letzteres erfährt man durch folgende Beobachtung: Nach einem Vierteljahre wird ein Stern, welcher heute mit der Sonne aufgeht, beim Aufgang der Sonne bereits im Meridian stehen und nach einem halben Jahre geht der Stern gerade unter, wenn die Sonne aufgeht. Nach einem ganzen Jahre endlich geht dieser Stern wieder mit der Sonne auf, hat also im Laufe des Jahres eine Umdrehung um die Weltachse mehr vollzogen als die Sonne. Sucht man die Sterne auf, welche im Laufe eines Jahres mit der Sonne durch den Meridian gehen, und verbindet dieselben durch eine Linie, so findet man, daß dieselbe ein größter Kreis am Himmel ist, der gegen den Äquator eine Neigung von $23^1/_2{}^0$ hat. Diese scheinbare Bahn der Sonne heißt Ekliptik. Teils wegen der Schiefe der Ekliptik, teils wegen der Veränderlichkeit der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Erde in ihrer Bahn fortbewegt, ist die Länge des Sonnentages (d. i. der Zeit, welche zu einem vollen Umlaufe der Sonne um die Weltachse nötig ist) nicht konstant wie die des Sterntages. Da man ein konstantes mit der täglichen Bewegung der Sonne zusammenhängendes Zeitmaß braucht, führte man statt der wahren die mittlere Sonnenzeit ein, indem man sich die wirkliche Sonne durch eine solche ersetzt dachte, deren Rektaszension sich während des ganzen Jahres gleichmäßig ändern und welche mit der wirklichen Sonne gleichzeitig einen Umlauf vollführen würde. Der mittlere Sonnentag hat zirka $\frac{366}{365}$ Sterntage. Unsere Uhren gehen nach der mittleren Sonnenzeit, stimmen also mit der wahren Zeit nicht immer überein. Nur an vier Tagen (15. April, 15. Juni, 1. September und 25. Dezember) herrscht Übereinstimmung. Der Zeitunterschied zwischen dem mittleren und wahren Mittag wird Zeitgleichung genannt.

Die Zeit zwischen zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden Durchgängen der Sonne durch den Frühlingspunkt (360^0—$50''$) heißt tropisches Jahr. Da das tropische Jahr keine volle Zahl von Tagen beträgt, so nimmt man es zu 365 Tagen an und setzt

alle 4 Jahre einen Schalttag zu (Julianischer Kalender auf Veranlassung des Cajus Julius Cäsar 46 v. Chr.). Alle Jahre sind Schaltjahre, deren Zahl durch 4 teilbar ist.

Der Zusatz von 1 Tag in je 4 Jahren ist indessen zu viel. Deshalb ordnete Papst Gregor XIII. an, daß alle 400 Jahre drei nach dem Julianischen Kalender entfallende Schalttage wegzulassen seien, und zwar so, daß jedes Jahr, dessen Jahreszahl durch 4 teilbar ist, ein Schaltjahr sein soll, von den Säkularjahren aber nur jene, deren Jahreszahl durch 400 teilbar ist. Ferner wurde, um den durch die Julianische Zeitrechnung bereits entstandenen Fehler zu beseitigen, verordnet, daß auf den 4. Oktober 1582 gleich der 15. Oktober folgen sollte.

Die Länder der griechischen Kirche haben noch den Julianischen Kalender, sind also um 13 Tage zurück. Das griechische Neujahr fällt auf unseren 14. Januar.

Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Vorübergängen der Sonne vor demselben Fixstern (360°) heißt **siderisches Jahr**. Dieses ist etwas länger als das tropische Jahr.

5. Welche Erscheinungen sprechen für die Rotation der Erde?

Für die Rotation der Erde um ihre Achse von W nach O lassen sich drei direkte Beweise anführen: *a*) die östliche Abweichung eines von größerer Höhe herabfallenden Körpers *b*) die Luftströmungen der Atmosphäre (Passatwinde) und *c*) der Foucault'sche Pendelversuch.

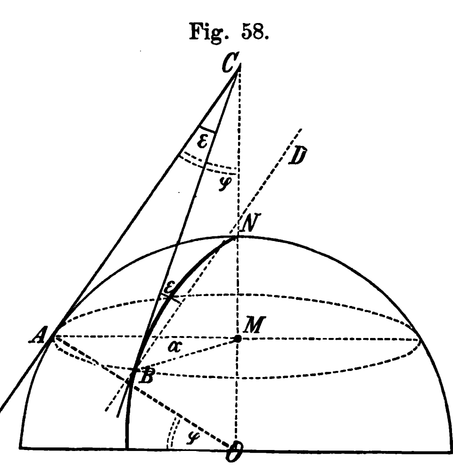
a) Ein aus der Höhe herabfallender Körper sollte infolge der Erdanziehung auf einen vertikal unter ihm liegenden Punkt der Erdoberfläche fallen; er fällt aber östlich von diesem Punkte auf. Die Erklärung ist folgende: Wenn die Erde sich von W nach O dreht, so hat ein Stein auf der Spitze eines hohen Turmes eine größere westöstliche Geschwindigkeit als am Fuße desselben; da nun nach dem Gesetze der Trägheit der herabfallende Stein seine größere westöstliche Geschwindigkeit während des Falles nicht ändert, so muß er etwas östlich vom Fußpunkte des Lotes zu Boden fallen.

b) In der Nähe des Äquators wird die Luft infolge der starken Erwärmung in hohem Grade ausgedehnt; es findet oben ein Abfließen der Luft nach den Polen statt. Um diesen Luftverlust auszugleichen, strömt unten von N nach S Luft gegen den Äquator hin. Wäre nun die Erde in Ruhe, so müßte nördlich vom Äquator ein Nordwind und südlich davon ein Südwind

wehen. Die Erfahrung lehrt uns aber, daß innerhalb der Wendekreise nördlich vom Äquator ein Nordostwind, südlich davon ein Südostwind herrscht. Diese Erscheinung erklärt sich nur aus der Achsendrehung der Erde, infolge deren alle horizontalen Bewegungen auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links abgelenkt werden.

c) Hängt man ein langes schweres Pendel so auf, daß die Reibung im Aufhängepunkte möglichst vermieden wird, und versetzt es in Schwingungen von kleiner Weite, so beobachtet man, daß die Gerade, welche die Spitze des Pendels beschreibt, ihre Lage gegen die Nord-Süd-Richtung geändert hat, indem das Pendel nach rechts herausgetreten ist. Der Grund liegt in der Drehung der Erde von W nach O. Die Erklärung ist folgende: Setzt man das Pendel im Orte A mit der geographischen Breite φ (Fig. 58) in der Richtung des Meridians AC in Bewegung, so bildet ein wenig später die Schwingungsrichtung BD im Orte B mit dem Meridiane dieses Ortes den Winkel $CBD = ACB = \varepsilon$.

Fig. 58.



AB als Bogen des Kreises mit dem Zentriwinkel α ist $= \frac{2AM\pi}{360} \cdot \alpha$

" " " " " " " " ε " $= \frac{2AC\pi}{360} \cdot \varepsilon$

Durch Gleichstellung beider Ausdrücke erhält man: $AM \cdot \alpha = AC \cdot \varepsilon$.

Da im Dreiecke AMC $AM = AC \sin \varphi$ ist, so lautet die Gleichung: $\varepsilon = \alpha \cdot \sin \varphi$, d. h. die scheinbare Drehung der Schwingungsebene eines Pendels ist dem Sinus der geographischen Breite des Ortes proportional.

Für 1 Stunde beträgt diese Drehung $\varepsilon = 15^0 \sin \varphi$.

An allen Orten, wo die Versuche (zuerst von Foucault 1851) angestellt wurden, geschah die Drehung der Schwingungsebene nach diesem Gesetze.

Anmerkung: Man kann den Foucault'schen Pendelversuch auch zur Bestimmung der geographischen Breite eines Ortes benutzen; es ist $\sin \varphi = \frac{\varepsilon^0}{15^0}$.

6. Wie bestimmt man die geographische Breite und die geographische Länge eines Ortes auf der Erde?

1. Die geographische Breite eines Ortes der Erde ist immer gleich der Polhöhe (φ) dieses Ortes. Da nun die direkte Beobachtung von $\sphericalangle \varphi$ daran scheitert, daß der Nordpol durch keinen Stern gekennzeichnet ist, so sind Beobachtungen erforderlich, welche die Berechnung von φ aus ihnen zulassen. Solche Beobachtungen sind die Bestimmung der Kulminationshöhen eines und desselben Zirkumpolarsternes. Sind h_1 und h_2 die beobachteten Kulminationshöhen (die untere und die obere Kulmination) und liegen die beiden Kulminationspunkte auf derselben Seite vom Zenit, so ist $\varphi = \frac{h_1 + h_2}{2}$.

2. Der Bogen des Äquators zwischen dem Meridian eines Ortes und dem ersten (Null-) Meridian bestimmt die geographische Länge des Ortes. Infolge der täglichen Umdrehung der Erde erscheint für Orte, welche östlich vom Nullmeridian liegen, die Sonne früher im Meridian, und zwar um 1^h früher, wenn die Länge 15^0 beträgt. Es werden daher zwei Uhren, von denen die eine an einem Orte des Nullmeridians, die andere an einem beliebigen andern Orte sich befindet, Unterschiede in ihren Zeitangaben aufweisen, wenn jede an ihrem Orte nach dem Gange der Sonne reguliert ist, also die sogenannte Ortszeit angibt. Der Unterschied zwischen der Ortszeit des Nullmeridians (alle Punkte desselben Meridians haben gleiche Ortszeit) und derjenigen des Beobachtungsortes in einem bestimmten Augenblick liefert, in Grade umgerechnet, die Länge des Ortes.

Der Zeitunterschied kann auf zwei Arten festgestellt werden:

a) Eine Uhr, welche die Ortszeit des Beobachtungsortes angibt, wird nach einem Orte des Nullmeridians gebracht und ihre Angabe mit der Ortszeit verglichen.

b) Die Ortszeit wird telegraphisch an den Normalort übermittelt und sofort mit seiner Zeit verglichen.

Beispiel. Die österr.-ung. Monarchie liegt zwischen $7^0\ 11'\ 40''$ und $24^0\ 9'\ 30''$ östlicher Länge von Paris; wie groß ist der Zeitunterschied zwischen

dem westlichsten Dorfe Bangs in Vorarlberg und der östlichsten Ortschaft Chiliszeny in der Bukowina?

Auflösung. Der Unterschied in der geographischen Breite beträgt $24^0\ 9'\ 30'' - 7^0\ 11'\ 40'' = 16^0\ 57'\ 50''$; da dem Längenunterschiede von 15^0 eine Zeitdifferenz von 1 Stunde entspricht, so entsteht jetzt die Frage, welche Zeit entspricht einer

Längendifferenz von $1^0\ 57'\ 50''$ oder von 117·83'?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Aus } 60' \text{ (Länge)} \ldots \ 4 \text{ Zeitminuten} \\ \quad 117{\cdot}83' \qquad\qquad x\end{array}\right\} \text{folgt: } x = 7{\cdot}35' = 7'\ 21''.$$

Zeigt die Uhr in Chiliszeny (in der Bukowina) $1^h\ 7'\ 21''$ mittags, so ist in Bangs (in Vorarlberg) gerade 12^h mittags.

Druck von Rudolf M. Rohrer in Brünn.

